

▣ 출제 경향 ▣

올해 수능은 현정부의 사교육 억제 정책과 EBS 교재와의 유사 문제 출제 방침 등의 몇 가지 외적 요인의 영향으로 관심을 모으고 있다.

2009년 6월 모의평가와 비교해 보면 2009년 6월 모의평가는 ‘불수능’ 예고편으로써 복잡한 계산과 밸상을 약간씩 비틀어 출제하는 등 고난이도를 지향하는 시험이었다. 물론 2009년 9월 모의평가와 2010학년도 수능 시험을 거치면서 수험생의 실력의 향상과 난이도의 조정으로 제자리를 찾아가긴 했지만 2009년 6월 모의평가의 충격파는 재학생들에게는 상당한 부담이었을 것이다.

올해는 처음부터 이러한 부담을 피하기 위해 적정 난이도를 유지하기 위한 노력이 엿보인다. ‘가’, ‘나’형 공통 문제의 난이도는 어느 정도 평이하게 잘 조정하고 ‘나’형은 고유 문제를 쉽게, ‘가’형은 고유 문제를 공통 문제보다는 살짝 어렵게 출제 한 것으로 보인다.

공통 문제에서는 그래프의 대칭성, 지수-로그의 실생활활용, 역행렬의 문자식에서의 정의, 무한급수의 수렴과 일반항의 관계 등 기존의 문제와 같은 수준의 칙안과 밸상을 요구하는 평이한 문제들이 주로 출제 되고 17번처럼 좌표평면에서의 도형의 끝점의 배치 조건을 분석적으로 잘 분해하는 능력이 요구되거나, 25번 등비수열과 상용로그에서 가수의 값의 변화를 정확히 관찰할 것을 요구하는 등 상대적으로 어느 정도 사고력을 요구하는 문제가 출제 되었다.

13번처럼 수학적 귀납법을 잘 이해하는지를 묻는 박스형 문제에서는 예전처럼 박스 안의 수식표현을 보기에서 주어서 박스 전, 후의 관계만을 따져서 답을 고르는 편법을 피하도록 박스안의 수식을 노출시키지 않는 문제를 출제한 것이 특이하였다. 물론 그 내용이 학생들에게 부담스럽지 않도록 한 배려도 보였다.

‘나’형의 고유 문항에서는 12번의 S_n 과 S_{n-1} 의 관계를 주어진 수식 표현에서의 유추하는 능력을 보거나 29번의 행렬의 특수한 꼴에서 파생하는 특수한 성질을 읽어내는 능력, 30번처럼 여러 가지 풀이가 가능한 경우의 수 문제가 상대적으로 돋보이긴 하나 대체로 평이한 문제들이 주류였다. 구체적인 수식이나 문장 표현, 그래프 등에서 문제 해결의 포인트를 읽어 내거나 수학적 상상력을 발휘하도록 하는 참신한 문제가 보이지 않았고, 경우의 수에서도 작년에 시도했던 복잡한 분류나 규칙성을 찾도록 하는 문제는 보이지 않고 크게 분류한 후 각 단위에서 간단한 공식을 적용하는 기존의 유형이 그대로 나온 것이 많았다.

‘가’형 고유 문항의 경우 아주 쉬운 몇 문제를 빼고는 각 문제에서 고려해야 하는 조건들을 정확히 알고 있는지를 물어보는 초점이 분명한 문제들(4번, 5번, 6번, 7번, 11번, 18번, 19번, 선택 미적 26번, 29번)과 12번처럼 다항식에서 근을 알 때 인수정리를 이용한 표현과 그 미분, 또 개형에 대한 유추 등을 종합적으로 물어보는 문제와 15번처럼 주어진 수식과 물어보는 식 사이의 관계를 유추하고 그래프에서 해석하도록 요구한 문제는 상대적으로 돋보인 문제였다. 또, 23번과 같이 다항식의 차수

접근을 통해 구체적 수식을 만들어서 해결해야하는 문제, 또 24번과 같이 낯선 정의에서 그 그래프를 찾도록 요구하는 문제도 수학적 정의와 그 수식표현에 대한 정확한 접근을 요구하는 좋은 문제였다.

‘가’형의 경우 전반적으로 극히 접근이 어려운 문제는 없어서 문제 자체의 난이도는 그리 높지 않으나 학년 초반에 아직 학습량이 불충분한 체감 난이도는 쉬운 편만은 아닐 것이다.

‘나’형의 경우 수학적인 센스를 요구하는 어려운 문제는 없었고 지금까지 나온 기출 문제를 잘 분석하면 쉽게 접근할 수 있다.

▣ 학습 대책 ▣

이번 시험만으로 보면 기존의 기출 유형을 잘 분석하고 각 단원에서 요구되는 수학적 지식과 법칙들 또 그 법칙들의 성립하는 조건들을 잘 이해하도록 노력하면 충분히 수능에 대비할 수 있다는 것이 평가원이 수험생에게 보내는 메시지라고 할 수 있다. 그러나 2009년 6월 모의평가의 난이도가 이후 시험에서 조정을 거쳤듯이 올해도 9월 모의평가를 거치면서 좀 더 참신하고, 대담한 발상을 요구하는 문제가 이후 출제될 수도 있다는 것을 명심하자. 참신하고 대담한 발상의 문제도 분명 고교 과정 내의 교과서적인 원론에 대한 깊은 이해에서 출발하는 것이 자명하다고 할 수 있다.

계산 유형의 암기 위주가 아니라 그러한 유형의 근원이 되는 개념에 대한 깊은 천착과 그 유도 과정을 따라가면서 스스로 수학적 개념과 그 전개를 유도하고 체화하는 공부가 필요하리라 생각된다.

평가원이 각 단원에서 무엇을 어떻게 물어보고 싶어하는 가를 기출 문제를 분석하며 읽어낼 수 있어야 한다.

• 수리 ‘가’ 형 •

정답	01 ② 02 ④ 03 ① 04 ④ 05 ③ 06 ① 07 ③ 08 ① 09 ② 10 ② 11 ③ 12 ⑤ 13 ⑤ 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17 ② 18 25 19 11 20 12 21 4 22 125 23 19 24 16 25 27
【미분과 적분】	26 ③ 27 ⑤ 28 ④ 29 ① 30 50
【확률과 통계】	26 ④ 27 ⑤ 28 ③ 29 ② 30 118
【이 산 수 학】	26 ② 27 ④ 28 ① 29 ⑤ 30 28

▣ 출제 문항 분석 ▣

문항	난이도	출제 단원	출제 의도
1	하	지수와 로그	지수-로그 계산
2	하	행렬	행렬의 덧셈
3	하	함수의 극한	함수의 극한
4	중	방정식과 부등식	고차부등식
5	하	방정식과 부등식	분수부등식
6	중	방정식과 부등식	분수방정식
7	중	함수의 극한	함수의 극한
8	하	지수와 로그	지수-로그 계산
9	중	지수와 로그	지수-로그 응용
10	상	수열의 극한	무한등비급수
11	중	함수의 극한	함수의 극한
12	상	미분법	방정식과 미분
13	중	수열	수학적 귀납법
14	중	확률	독립시행의 정리
15	상	미분법	극대, 극소와 미분
16	중	미분법	연속성과 미분가능성
17	상	확률	경우의 수를 이용한 합의 법칙
18	하	미분법	미분계수의 계산
19	중	방정식과 부등식	무리방정식
20	하	행렬	역행렬
21	중	수열의 극한	수열의 극한
22	중	통계	확률밀도함수
23	중	미분법	다항함수의 계산
24	상	함수의 극한	함수의 극한
25	상	수열	수열과 상용로그
26	중	함수의 극한	초월함수의 극한
27	중	삼각함수	삼각방정식
28	중	삼각함수	삼각함수의 덧셈정리
29	중	함수의 극한	초월함수의 극한
30	상	삼각함수	삼각함수의 응용
26	중	확률	독립사건
27	중	확률	조건부 확률
28	중	자료의 정리	대푯값
29	하	자료의 정리	자료의 정리
30	중	확률	독립시행의 정리
26	상	선택과 배열	경우의 수
27	중	그래프	인접행렬
28	중	그래프	그래프이론
29	중	그래프	그래프이론
30	중	선택과 배열	증복조합

▣ 해설

1 $\frac{1}{\sqrt[3]{8}} \times \log_3 81 = \frac{1}{2} \times \log_3 3^4 = \frac{1}{2} \times 4 = 2$

2 $B = 2E - A$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$$

따라서, 모든 성분의 합은 4이다.

3 $\lim_{x \rightarrow 3}(x-3) = 0$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x-3} = 14$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + ax + b) = 0, \quad 9 + 3a + b = 0$$

$$b = -3a - 9$$
 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax - 3(a+3)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+a+3)}{x-3} = 6 + a = 14$$

$$\therefore a = 8, \quad b = -33$$

$$\therefore a + b = -25$$

4 $x(x-a)(x-1)^2 < 0$ 에서 $(x-1)^2 \geq 0$ 이므로

$$x(x-a) < 0, \quad x \neq 1$$

a 가 최대일 때를 구하므로 $a > 0$ 일 때만 생각하면

$$0 < x < a, \quad x \neq 1$$

자연수 x 의 개수가 4개이어야 하므로 $x = 2, 3, 4, 5$ 이고

$$5 < a \leq 6$$

따라서, 실수 a 의 최댓값은 6이다.

5 주어진 그래프에서 $f(x) = a(x+2)(x-2)$ ($a > 0$)

$$\frac{f(x+1)}{f(x-1)} \leq 1 \text{ 에서 } \frac{f(x+1)-f(x-1)}{f(x-1)} \leq 0$$

$$\frac{a(x+3)(x-1) - a(x+1)(x-3)}{a(x+1)(x-3)} \leq 0$$

$$\frac{4x}{(x+1)(x-3)} \leq 0$$

$$\therefore A = \{x \mid x < -1 \text{ or } 0 \leq x < 3\}$$

따라서, $A \cap B$ 에 속하는 정수는 $-4, -3, -2, 0, 1, 2$ 의 6개이다.

6 $\frac{x}{x-1} + \frac{x-2}{x+1} = \frac{ax+5}{x^2-1}$

$$x(x+1) + (x-1)(x-2) = ax+5, \quad x^2 \neq 1$$

$$2x^2 - (a+2)x - 3 = 0, \quad x^2 \neq 1$$

$$D = (a+2)^2 + 24 > 0 \text{ 이므로}$$

이차방정식 $2x^2 - (a+2)x - 3 = 0$ 은 서로 다른 2개의 실근을 가진다.

그런데 분수 방정식이 오직 하나의 실근을 가지므로

두 실근 중 한 개가 무연근이어야 한다.

i) $x = 1$ 이 무연근인 경우

$$2 - (a+2) - 3 = 0, \quad a = -3$$

ii) $x = -1$ 이 무연근인 경우

$$2 + (a+2) - 3 = 0, \quad a = -1$$

따라서, 상수 a 의 값은 $(-1) \times (-3) = 3$

7 $s = \frac{t-1}{t+1}$ 이라 하면

$$\frac{t-1}{t+1} = \frac{t+1-2}{t+1} = 1 - \frac{2}{t+1} \text{ 이므로}$$

$t \rightarrow \infty$ 일 때 $s \rightarrow 1 - 0$

$$\therefore \lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{t-1}{t+1}\right) = \lim_{s \rightarrow 1-0} f(s) = 2$$

$$u = \frac{4t-1}{t+1} \text{이라 하면}$$

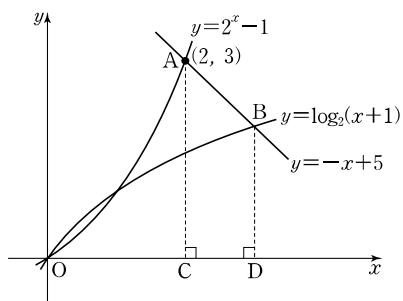
$$\frac{4t-1}{t+1} = \frac{4(t+1)-5}{t+1} = 4 - \frac{5}{t+1} \text{ 이므로}$$

$t \rightarrow -\infty$ 일 때 $u \rightarrow 4 + 0$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} f\left(\frac{4t-1}{t+1}\right) = \lim_{u \rightarrow 4+0} f(u) = 3$$

$$\therefore \lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{t-1}{t+1}\right) + \lim_{t \rightarrow -\infty} f\left(\frac{4t-1}{t+1}\right) = 2 + 3 = 5$$

8



$y = 2^x - 1$ 과 $y = \log_2(x+1)$ 은 서로 역함수관계이므로 $y = x$ 에 대하여 대칭이고
 $y = -x + 5$ 도 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

따라서, 점 A와 B는 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 B의 좌표는 $(3, 2)$ 이다.

따라서, $C(2, 0)$, $D(3, 0)$ 이 된다.

따라서, 사다리꼴 ACDB의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (2+3) \times 1 = \frac{5}{2}$ 이다.

9 10초일 때 측정온도가 200°C ,

20초일 때 측정온도가 202°C 이므로

$$k = C \frac{\log 20 - \log 10}{202 - 200} = C \cdot \frac{1}{2} \log 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

x초일 때 측정온도가 206°C 이므로

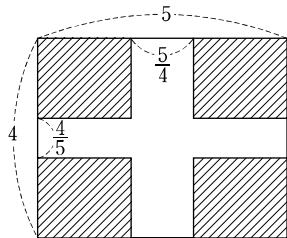
$$k = C \frac{\log x - \log 10}{206 - 200} = C \cdot \frac{1}{6} \log \frac{x}{10} \quad \dots \textcircled{2}$$

1, 2에서

$$C \cdot \frac{1}{2} \log 2 = C \cdot \frac{1}{6} \log \frac{x}{10}, \log 2^3 = \log \frac{x}{10}$$

$$\frac{x}{10} = 8 \quad \therefore x = 80$$

10



빗금친 부분의 넓이는 전체 직사각형의 $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$ 배이므로

$$S_1 = 12, S_{n+1} = \frac{3}{5} S_n$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{12}{1 - \frac{3}{5}} = 30$$

11 ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} x^2 = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} x^2 = 1 \quad (\text{참})$$

ㄴ. $f(x) \neq x = 1$ 에서 불연속이므로

$g(x) = f(x-a)$ 은 $x = a+1$ 에서 불연속이다. (거짓)

ㄷ. $h(1) = 0$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 1} h(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \{(x-1) \cdot f(x)\} = \lim_{x \rightarrow 1} \{(x-1) \cdot x^2\} = 0$ 이므로

연속이다. (참)

12 ㄱ. $f(x)$ 를 $(x-\alpha)^2$ 으로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라 하면

$$f(x) = (x-\alpha)^2 Q(x) + ax+b \dots \textcircled{1}$$

양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f'(x) = (x - \alpha)\{2Q(x) + (x - \alpha)Q'(x)\} + a \cdots \textcircled{1}$$
$$f(\alpha) = 0, f'(\alpha) = 0 \text{ 이므로 } \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a\alpha + b = 0, a = 0$$

따라서, $f(x) = (x - \alpha)^2 Q(x)$ 이고 $f(x)$ 는 $(x - \alpha)^2$ 으로 나누어 떨어진다. (참)

즉, $f'(\alpha) \cdot f'(\beta) = 0$ 이면 $f'(\alpha) = 0$ 또는 $f'(\beta) = 0$

$f'(\alpha) = 0$ 인 경우 $\textcircled{1}$ 에서 $f(x)$ 는 $(x - \alpha)^2$ 으로 나누어 떨어진다.

또한 $f(\beta) = 0$ 이므로 $f(x) = (x - \alpha)^2(x - \beta)(ax + b)$

따라서, 방정식 $f(x) = 0$ 은 허근을 갖지 않는다.

$f'(\beta) = 0$ 인 경우도 위와 같다. (참)

즉, $f(x) = (x - \alpha)(x - \beta)g(x)$ 라 하면

$f'(x) = (x - \beta)g(x) + (x - \alpha)g(x) + (x - \alpha)(x - \beta)g'(x)$ 이므로

$$f'(\alpha) = (\alpha - \beta)g(\alpha), f'(\beta) = (\beta - \alpha)g(\beta)$$

$f'(\alpha)f'(\beta) = -(\alpha - \beta)^2 g(\alpha)g(\beta) > 0$ 이므로 $g(\alpha)g(\beta) < 0$

$g(x)$ 는 이차함수이고 $g(\alpha)g(\beta) < 0$ 이므로

방정식 $g(x) = 0$ 은 α, β 가 아닌 서로 다른 두 개의 실근을 갖는다.

따라서, $f(x) = 0$ 은 서로 다른 네 개의 실근을 갖는다. (참)

13 $n = k$ ($k \geq 2$) 일 때

$$(k-1)a_k + \sum_{m=1}^{k-1} m a_m = 0 \cdots \textcircled{1} \text{ 성립한다고 가정하면}$$

$n = k+1$ 일 때

$$0 = k a_{k+1} + \sum_{m=1}^k m a_m = k a_{k+1} + \sum_{m=1}^{k-1} m a_m + k a_k$$

$$= k a_{k+1} + \boxed{-(k-1)} a_k + k a_k \quad (\because \textcircled{1} \text{에 의해}) \text{이므로}$$

$$a_{k+1} = \boxed{\frac{-1}{k}} a_k = \frac{(-1)^k}{k!} \alpha \text{이다.}$$

$$\therefore (가) = -(k-1), (나) = -\frac{1}{k}$$

$$\therefore f(k) = \frac{(k-1)}{k} \quad \therefore f(10) = \frac{9}{10}$$

14 시행을 5번 한 후 B가 주사위를 가지고 있는 경우는

(3의 배수 3번, 3의 배수가 아닌 수 2번) 또는

(3의 배수가 아닌 수 5번)의 두 가지 경우가 있다.

따라서, 구하는 확률은

$${}_5C_3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{8}{27}$$

15 ㄱ. 방정식 $g(x) = f(a)$ 에서

$$f(a) + (b-a)f'(x) = f(a), (b-a)f'(x) = 0$$

주어진 그림에서 $f'(x) = 0$ 을 만족하는 x 가 존재한다.

따라서, 방정식 $g(x) = f(a)$ 는 실근을 갖는다. (참)

∴ $g(b) = f(a) + (b-a)f'(b)$ 이고 $b-a > 0$ 이다.

그런데 주어진 그림에서 $f'(b) \leq 0$ 도 가능하므로 $g(b) \leq f(a)$ 가 성립하는 경우가 존재한다. (거짓)

∴ 주어진 그림에서 $f'(a) > \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ 이고 $b-a > 0$ 으로

$$(b-a)f'(a) > f(b)-f(a)$$

$$(b-a)f'(a) + f(a) > f(b)$$

$$\therefore g(a) > f(b) \quad (\text{참})$$

16 ¬. $h(x)$ 가 실수 전체에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow +0} h(x) = \lim_{x \rightarrow -0} h(x) = h(0)$$

$$\lim_{x \rightarrow -0} h(x) = \lim_{x \rightarrow -0} g(x) = g(0) \text{이고 } h(0) = f(0) \text{이므로}$$

$$f(0) = h(0) = g(0) \quad (\text{참})$$

$$\therefore \lim_{t \rightarrow +0} \frac{h(0+t) - h(0)}{t} = \lim_{t \rightarrow +0} \frac{f(0+t) - f(0)}{t} = f'(0)$$

$$\lim_{t \rightarrow -0} \frac{h(0+t) - h(0)}{t} = \lim_{t \rightarrow -0} \frac{g(0+t) - g(0)}{t} = g'(0)$$

이므로, $f'(0) = g'(0)$ 이면 $h(x)$ 는 $x=0$ 에서 미분가능하다. (참)

∴ $h(x)$ 가 연속이고

$f'(0)g'(0) < 0$ 이므로 $x=0$ 의 좌우에서 $h'(x)$ 의 부호가 변하므로 $h(x)$ 는 $x=0$ 에서 극값을 갖는다. (참)

17 점 (i, j) 를 P_{ij} 라 하자.

삼각형 $P_{11}P_{31}P_{13}$ 을 포함하는 사각형은 $P_{00}P_{40}P_{44}P_{04}$ 를 포함한다.

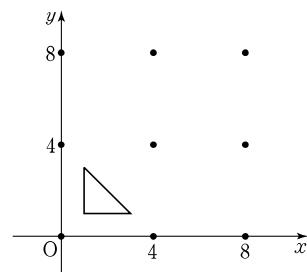
i) P_{00}, P_{04}, P_{40} 을 꼭짓점으로 가지는 사각형의 개수 : 4

ii) P_{00}, P_{04}, P_{80} 을 꼭짓점으로 가지는 사각형의 개수 : 4

iii) P_{00}, P_{08}, P_{40} 을 꼭짓점으로 가지는 사각형의 개수 : 4

iv) P_{00}, P_{08}, P_{80} 을 꼭짓점으로 가지는 사각형의 개수 : 3

$$\therefore 4+4+4+3=15$$



18 $\frac{1}{n}=t$ 라 하면

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ f\left(1 + \frac{3}{n}\right) - f\left(1 - \frac{2}{n}\right) \right\}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} \{ f(1+3t) - f(1-2t) \} = 5f'(1)$$

$$f'(x) = 8x^3 - 3 \text{이므로}$$

$$\therefore 5f'(1) = 5 \times 5 = 25$$

19 $\sqrt{x-1} = t$ 라 하면 ($x \geq 1, t \geq 0$)

$$t^3 - 6t = t^2$$

$$t^3 - t^2 - 6t = t(t^2 - t - 6) = t(t-3)(t+2) = 0$$

$$\therefore t = 0 \text{ 또는 } 3 (\because t \geq 0)$$

$t = 0$ 일 때 $x = 1$ 이고, $t = 3$ 일 때 $x = 10$

이들은 모두 문제의 조건을 만족하므로 모든 실근의 합은 11이다.

20 $(2A - E)A = 2E$ 이므로

$2A - E$ 의 역행렬은 $\frac{1}{2}A$ 이다.

따라서, 성분의 합은 A 의 성분의 합의 절반으로 12이다.

21 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} (3^n a_n - 2)$ 가 수렴하므로 $\lim_{n \rightarrow \infty} (3^n a_n - 2) = 0$

$$\text{즉, } \lim_{n \rightarrow \infty} 3^n a_n = 2$$

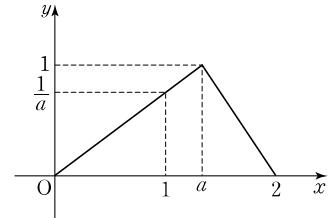
$$\begin{aligned} \therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6a_n + 5 \cdot 4^{-n}}{a_n + 3^{-n}} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6 \cdot 3^n a_n + 5 \left(\frac{3}{4}\right)^n}{3^n a_n + 1} \\ &= \frac{6 \cdot 2 + 0}{2 + 1} = 4 \end{aligned}$$

22 $f(x)$ 의 그래프를 그리면 오른쪽과 같다.

$$\begin{aligned} P(1 \leq X \leq 2) &= 1 - P(0 \leq X \leq 1) \\ &= 1 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{a} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2a} = \frac{2}{5} \quad \therefore a = \frac{5}{4}$$

$$100a = \frac{500}{4} = 125$$



23 $f(x) = ax^n + bx^{n-1} + \dots$ 라 하면 ($a \neq 0$)

$$\begin{aligned} \{f(x)\}^2 - f(x^2) &= (a^2 x^{2n} + 2abx^{2n-1} + \dots) - (ax^{2n} + bx^{2n-2} + \dots) \\ &= (a^2 - a)x^{2n} + 2abx^{2n-1} + \dots \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^2 - f(x^2)}{x^3 f(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a^2 - a)x^{2n} + 2abx^{2n-1} + \dots}{ax^{n+3} + bx^{n+2} + \dots} = 4$$

그런데, $a \neq 1, a \neq 0$ 이므로 $a^2 - a \neq 0$

$$\therefore 2n = n + 3, a^2 - a = 4a \text{ 이고, 따라서 } n = 3, a = 5$$

$f(x) = 5x^3 + bx^2 + cx + d$ 라 하면

$$f'(x) = 15x^2 + 2bx + c$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{15x^2 + 2bx + c}{x} = 4 \circ \text{므로 } c = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{15x^2 + 2bx}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (15x + 2b) = 2b = 4$$

$$f(x) = 5x^3 + 2x^2 + d, f'(x) = 15x^2 + 4x \circ \text{고}$$

$$\therefore f'(1) = 15 + 4 = 19$$

24 $7 < x \leq 11$ 일 때 $f(x) = 4$ \circ 므로

$$7 < x \leq 8 \text{ 일 때 } x \leq 2f(x), g(x) = \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{4}$$

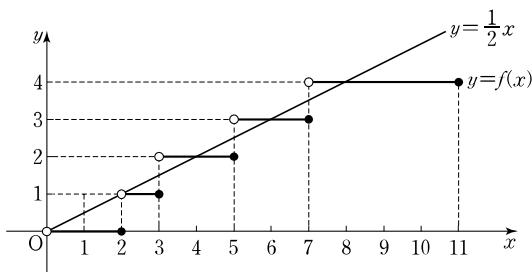
$$8 < x \leq 11 \text{ 일 때 } x > 2f(x), g(x) = f(x) = 4$$

$$\therefore \alpha = \lim_{x \rightarrow 8+0} g(x) = 4, \beta = \lim_{x \rightarrow 8-0} g(x) = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{\alpha}{\beta} = \frac{4}{\frac{1}{4}} = 16$$

※ 참고

$f(x)$ 의 그래프는 아래와 같다.



25 $\{a_n\}$ 이 양의 등비수열이므로

$\{\log a_n\}$ 은 등차수열이다.

가수인 $\{b_n = (\log a_n - \text{자료})\}$ 도 일부는 등차수열이 되는데

a_n 의 자릿수가 바뀌는 순간 1을 더해 주어야 등차수열이 된다.

즉, $a_{k+1} \circ$ a_1 과는 다른 자릿수가 되는 최초의 항이다.

$$a_n = 16 \cdot 2^{\frac{1}{10}(n-1)} = 2^{4 + \frac{n-1}{10}}, 1 \leq \log a_1 < 2 \circ \text{므로}$$

$$\log a_{k+1} = \left(4 + \frac{k}{10}\right) \log 2 = \left(4 + \frac{k}{10}\right) 0.3010 \geq 2$$

$$\therefore k \geq 10 \left(\frac{2}{0.3010} - 4 \right) = 26.4 \times \times \times$$

$$\therefore k = 27$$

[다른 풀이]

$$a_n = 16 \cdot \left(2^{\frac{1}{10}}\right)^{n-1} = 2^{4 + \frac{n-1}{10}}$$

$$\begin{aligned}\log a_n &= \left(4 + \frac{n-1}{10}\right) \log 2 = 1.204 + (n-1)(0.0301) \\ &= 0.0301 \times n + 1.1739\end{aligned}$$

$0.0301 \times n < 0.8261$ 이면 $\log a_n$ 의 가수는 $0.1739 + (0.0301)n$ 으로 $\log a_n$ 의 가수는 등차수열이 된다.

$$\therefore b_k = (0.0301)k + 0.1739 < 1$$

에서 $k < 27. \times \times \times \quad \therefore k = 27$

[미분과 적분]

$$\begin{aligned}26 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x^2} - 1}{\tan x \cdot \sin 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{2x^2} - 1}{2x^2} \times \frac{x}{\tan x} \times \frac{2x}{\sin 2x} \right) \\ &= 1 \times 1 \times 1 \\ &= 1\end{aligned}$$

27 $2\sin x - 4\sin x \cdot \cos^2 x - \cos 2x + 1 = 0$ 에서

$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$, $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ 를 대입하여 정리하면

$$2\sin^3 x + \sin^2 x - \sin x = 0$$

$$\sin x(\sin x + 1)(2\sin x - 1) = 0$$

i) $\sin x = 0$ 에서 $x = 0, \pi$

ii) $\sin x = -1$ 에서 $x = \frac{3}{2}\pi$

iii) $\sin x = \frac{1}{2}$ 에서 $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi$

i), ii), iii)에서 합을 구하면

$$0 + \pi + \frac{3}{2}\pi + \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \frac{7}{2}\pi$$

28 Q에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하면

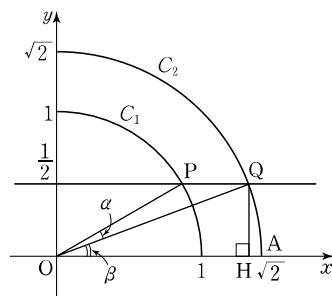
$$\overline{OH} = \sqrt{\sqrt{2}^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$\therefore \sin \beta = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{14}}{4}$$

또한, $\alpha + \beta = \frac{\pi}{6}$ 이므로

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\left(\frac{\pi}{6} - 2\beta\right)$$



○ 때 $\sin 2\beta = 2\sin \beta \cdot \cos \beta = \frac{\sqrt{7}}{4}$, $\cos 2\beta = 1 - 2\sin^2 \beta = \frac{3}{4}$ ○므로

$$\begin{aligned}\therefore \sin(\alpha - \beta) &= \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{7}}{4} \\ &= \frac{3 - \sqrt{21}}{8}\end{aligned}$$

29 주어진 식에서 $\frac{1}{x} = t$ 로 치환하면

$x \rightarrow \infty$ 일 때, $t \rightarrow +0$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = \lim_{t \rightarrow +0} \frac{\ln(b+ct^2)}{t^a} = 2$$

(분모) $\rightarrow 0$ ○므로 (분자) $\rightarrow 0$

$$\therefore \ln b = 0, b = 1$$

$$\therefore \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1+ct^2)}{t^a} = \lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(1+ct^2)}{ct^2} \times \frac{ct^2}{t^a} \right) = 2 \text{에서}$$

$$a = 2, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 1 + 2 = 5$$

30 직각삼각형 OPQ에서

$$\overline{OQ} = \frac{1}{\cos \theta}$$

A(0, 1), P($\cos \theta, \sin \theta$) ○므로

$$\text{직선 AP의 방정식은 } y = \frac{\sin \theta - 1}{\cos \theta} x + 1$$

$$\therefore \overline{OR} = \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\therefore S(\theta) = \frac{1}{2} \overline{QR} \cdot \sin \theta$$

$$= \frac{1}{2} (\overline{OR} - \overline{OQ}) \cdot \sin \theta$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} - \frac{1}{\cos \theta} \right) \cdot \sin \theta$$

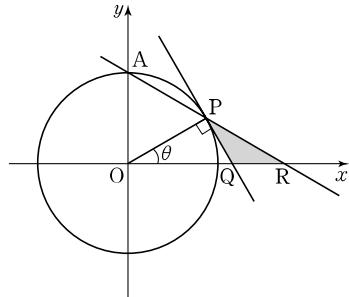
$$= \frac{1}{2} \tan \theta \cdot \sin \theta$$

$$\therefore \lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = \lim_{\theta \rightarrow +0} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\tan \theta}{\theta} \cdot \frac{\sin \theta}{\theta} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 100\alpha = 100 \times \frac{1}{2} = 50$$



[확률과 통계]

26 $P(B) = x$ 라 하면

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) \\ &= \frac{1}{4} + x - \frac{1}{4}x = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore x = \frac{1}{3}$$

$$P(B^C | A) = P(B^C) = 1 - x = \frac{2}{3} \quad (\because A \text{와 } B \text{는 독립})$$

27 14명 중에 3명이 선택한 악기가 모두 같은 확률은

$$\frac{{}_3C_3 + {}_5C_3 + {}_6C_3}{{}_{14}C_3}$$

3명이 선택한 악기가 피아노이거나 첼로일 확률은

$$\frac{{}_5C_3 + {}_6C_3}{{}_{14}C_3}$$

따라서, 구하는 확률은 $\frac{{}_3C_3 + {}_6C_3}{{}_3C_3 + {}_5C_3 + {}_6C_3} = \frac{1+20}{1+10+20} = \frac{21}{31}$ 이다.

28 $A(x) = \frac{10+x}{5} + 2 = \frac{x}{5}$

$$M(x) = \begin{cases} 2 & (x < 2) \\ x & (2 \leq x < 3) \\ 3 & (3 \leq x) \end{cases}$$

$$\therefore A(x) - M(x) = \begin{cases} \frac{x}{5} & (x < 2) \\ 2 - \frac{4}{5}x & (2 \leq x < 3) \\ \frac{x}{5} - 1 & (3 \leq x) \end{cases}$$

따라서, $y = A(x) - M(x)$ 의 그래프로 옳은 것은 ③이다.

29 두 계급 60~70, 70~80에 추가된 도수를 각각 x, y 라 하면

$30 + x = 20 + y$ 이므로

가능한 경우는 10개의 자료가 모두 70~80 계급에 추가된 경우이다.

ㄱ. 구하는 상대도수는 $\frac{30}{110} = \frac{3}{11} = 0.\dot{2}\dot{7}$ (거짓)

ㄴ. (A의 평균) = $\frac{55 \times 40 + 65 \times 30 + 75 \times 20 + 85 \times 10}{100} = \frac{6500}{100} = 65$

(B의 평균) = $\frac{55 \times 40 + 65 \times 30 + 75 \times 30 + 85 \times 10}{110} = \frac{7250}{110} = 65.\dot{9}\dot{0}$

따라서, B의 평균이 A의 평균보다 크다. (참)

ㄷ. (A의 중앙값) = 65, (B의 중앙값) = 65 이므로, 두 자료의 중앙값은 같다. (거짓)

30 A가 승리하는 경우는 AA, ABAA, ABABA의 세 가지이므로,

$$\text{AA일 확률} : \frac{1}{3}$$

$$\text{ABAA일 확률} : \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$

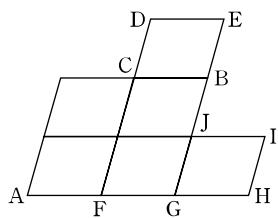
$$\text{ABABA일 확률} : \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$\text{따라서, 구하는 확률은 } \frac{1}{3} + \frac{2}{27} + \frac{4}{81} = \frac{27+6+4}{81} = \frac{37}{81}$$

$$\therefore p+q=81+37=118$$

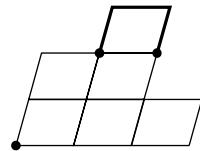
[0] 산수학]

26 아래 그림과 같이 점에 부호를 붙여보자.



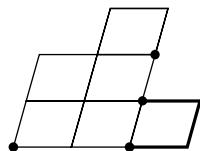
i) \overline{DE} 를 지날 때

A에서 두 점을 거쳐 C로 간 후, D, E를 지나면 되므로, 구하는 경우는 3(가지)이다.



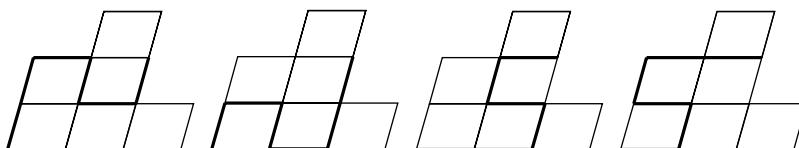
ii) \overline{HI} 를 지날 때

A에서 F, G, H, I, J를 지나면 된다.



iii) \overline{DE} , \overline{HI} 를 모두 지나지 않을 때

2×2 평행사변형에서만 찾으면 되므로 아래와 같이 4(가지)이다.



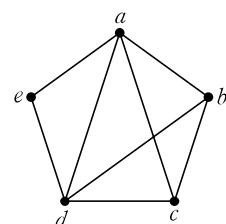
\therefore i), ii), iii)에서, 구하는 경우의 수는 $3+1+4=8$ (가지)이다.

27 인접행렬을 그래프로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

네 점 a, b, c, d 로 이루어진 그래프는 완전 그래프이므로 4개의 색이 필요하다.

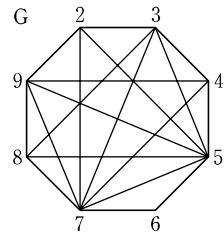
따라서, 전체 그래프를 색칠하는데 4개 이상의 색이 필요하다. ... ⑦

또, 점 e 는 b 또는 c 와 같은 색으로 칠하면 4개의 색으로 칠하는 것이 가능하다. ... ⑧



따라서, 이상에서 색칠하는 데 필요한 최소의 색은 4개이다.

28 문제의 조건을 그래프로 나타내면 아래 그림과 같다.



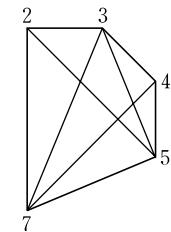
ㄱ. 5와 7은 소수이므로 자신의 배수가 아닌 수와는 서로소이다.

따라서, 5와 7의 차수는 7로 같다. (참)

ㄴ. 다섯 꼭짓점 2, 3, 4, 5, 7을 이어 만든 그래프 G' 는 오른쪽과 같다.

이것은 다섯 개의 점으로 만든 완전 그래프에서 하나의 변만 제거한 것이므로 평면그래프가 될 수 없다.

따라서, G 도 평면그래프가 될 수 없다.(거짓)



ㄷ. 3, 5, 7, 9는 홀수점이고, 홀수점이 4개 있으므로 G 는 오일러 회로를 가지지 않는다.(거짓)

따라서, 옳은 것은 ㄱ뿐이다.

29 ① 꼭짓점이 4개이고, 해밀턴 회로가 존재하며, 모든 점의 차수가 2이다.

② 꼭짓점이 4개이고, 해밀턴 회로가 존재하며, 모든 점의 차수가 2 이상이다.

③ 해밀턴 회로가 존재하지 않는다.

④ 해밀턴 회로가 존재하지 않는다.

⑤ 꼭짓점이 5개이고, 해밀턴 회로가 존재하지만, 모든 점의 차수가 2이다.

30 $a+b+c = 9^{\circ}$ 이고, a, b, c 는 자연수이므로

$x = a - 1, y = b - 1, z = c - 1$ 로 놓으면

$x + y + z = 6^{\circ}$ 이고 x, y, z 는 음 아닌 정수이다.

만족하는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는 ${}^3H_6 = {}^8C_6 = 28$ 이다.

• 수리 ‘나’ 형 •

정답	01 ②	02 ④	03 ③	04 ④	05 ①	06 ④	07 ④	08 ①	09 ②	10 ②
	11 ①	12 ①	13 ⑤	14 ③	15 ③	16 ⑤	17 ②	18 64	19 20	20 12
	21 4	22 15	23 30	24 40	25 27	26 ③	27 ②	28 ③	29 ⑤	30 17

▣ 출제 문항 분석 ▣

문항	난이도	출제 단원	출제 의도
1	하	지수와 로그	지수-로그의 계산
2	하	행렬	행렬의 연산
3	하	수열의 극한	수열의 극한
4	하	지수함수와 로그함수	지수방정식
5	하	지수함수와 로그함수	합성함수
6	중	수열	등차수열의 합
7	하	지수함수와 로그함수	로그부등식
8	하	지수함수와 로그함수	지수함수와 로그함수
9	중	지수함수와 로그함수	로그함수의 적용
10	상	수열의 극한	무한등비급수
11	하	행렬	역행렬의 존재 조건
12	상	수열의 극한	수열의 합과 무한급수
13	중	수열	수학적 귀납법
14	중	행렬	행렬과 연립방정식
15	중	수열	계차수열
16	중	수열의 극한	점화식과 극한
17	상	순열과 조합	경우의 수
18	하	수열	등비수열의 일반항
19	중	순열과 조합	이항정리
20	하	행렬	역행렬 구하기
21	중	수열의 극한	무한급수의 수렴
22	하	지수와 로그	지수-로그 계산
23	중	순열과 조합	경우의 수
24	중	지수와 로그	상용로그의 기수
25	상	수열	로그와 등차수열
26	하	행렬	행렬의 연산
27	중	지수함수와 로그함수	지수-로그 그래프
28	중	순열과 조합	경우의 수
29	상	행렬	역행렬
30	상	순열과 조합	경우의 수

1 가형 1번과 동일

2 가형 2번과 동일

3 문자, 분모를 4^n 으로 나누면

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - \left(\frac{3}{4}\right)^n}{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^n + \frac{2}{4^n}} = \frac{3 - 0}{1 + 0 + 0} = 3$$

4 $\frac{16^x}{2} = 2^{x+3}$ 에서 $\frac{2^{4x}}{2} = 2^{x+3}$, $2^{4x} = 2^{x+4}$

$$\therefore 4x = x + 4$$

$$\therefore x = \frac{4}{3}$$

5 $f(g(2)) = f(4) = 2^4 = 16$

$$g(h(2)) = g(1) = 1^2 = 1$$

$$\therefore (f \circ g)(2) + (g \circ h)(2) = 17$$

6 (등차수열의 합) $= \frac{(\text{항수})(\text{첫 째 항} + \text{끝 항})}{2}$ 으로

$$\frac{(n+2)(1+2)}{2} = 24, n+2 = 16$$

$$\therefore n = 14$$

7 $\log_2(x^2 + x - 2) < \log_2(-2x + 2)$ 에서

진수조건에 의해 $x^2 + x - 2 > 0$

$$x > 1 \text{ 또는 } x < -2$$

또, $-2x + 2 > 0$ 에서

$$x < 1$$

$$\therefore x < -2 \cdots \textcircled{1}$$

양변의 진수를 비교하면

$$x^2 + x - 2 < -2x + 2, x^2 + 3x - 4 < 0$$

$$\therefore -4 < x < 1 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $-4 < x < -2$

$$\therefore \alpha = -4, \beta = -2 \text{으로 } \alpha\beta = 8$$

8 가형 8번과 동일

9 가형 **9**번과 동일**10** 가형 **10**번과 동일

11 $t(t^2 + t) - 2t(t + 1) = 0$

$$t(t+1)(t-2) = 0$$

$$\therefore t = 0, -1, 2$$

따라서, 모든 t 의 값의 합은 1이다.

12 i) $n=1$ 일 때

$$7a_1 = 3^1 - 1$$

$$\therefore a_1 = \frac{2}{7}$$

ii) $n \geq 2$ 일 때

$$7a_1 + 7^2a_2 + \dots + 7^{n-1}a_{n-1} + 7^na_n = 3^n - 1$$

$$- (7a_1 + 7^2a_2 + \dots + 7^{n-1}a_{n-1}) = 3^{n-1} - 1$$
$$7^na_n = 3^n - 3^{n-1}$$

$$7^na_n = 2 \cdot 3^{n-1} \quad \therefore a_n = \frac{2 \cdot 3^{n-1}}{7^n} \quad (n \geq 2)$$

$$\text{i), ii)에서 } a_n = \frac{2 \cdot 3^{n-1}}{7^n} \quad (n \geq 1)$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{3^{n-1}} = \sum_{n=1}^{\infty} 2 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^n = \frac{\frac{2}{7}}{1 - \frac{1}{7}} = \frac{1}{3}$$

13 가형 **13**번과 동일

14 $x = ky, -4y = -kx \not\vdash x = 0, y = 0$ 이외의 해를 가지려면

$$\begin{cases} x = ky \\ kx = 4y \end{cases} \not\vdash \text{동일한 식이 되어야 한다.}$$

$$\frac{1}{k} = \frac{k}{4}, k^2 = 4, k = \pm 2$$

따라서, 모든 실수 k 의 값의 합은 0이다.

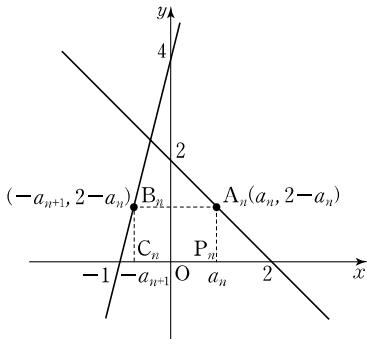
15 $b_n = a_n, a_{n+1} = a_n + b_n$ 으로

$$a_{n+1} = a_n + a_n = 2a_n$$

즉, a_n 은 첫째항이 1, 공비가 2인 등비수열이다.

$$\therefore \sum_{k=1}^6 a_k = \sum_{k=1}^6 1 \cdot 2^{k-1} = \frac{1 \cdot (2^6 - 1)}{2 - 1} = 63$$

16



$C_n = -P_{n+1}$ 이므로 $P_n(a_n, 0)$ 이라 하면 A_n 의 좌표는 $(a_n, 2 - a_n)$ 이고 B_n 과 A_n 의 y 좌표가 같으므로 B_n 의 좌표는 $(-a_{n+1}, 2 - a_n)$ 이다.

그런데 B_n 은 $y = 4x + 4$ 위의 점이므로 $2 - a_n = -4a_{n+1} + 4$ 이다.

$$\therefore a_{n+1} = \frac{1}{4}a_n + \frac{1}{2}$$

$$a_{n+1} - \frac{2}{3} = \frac{1}{4}\left(a_n - \frac{2}{3}\right)$$

$$a_n - \frac{2}{3} = \left(a_1 - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$$

$$a_n = \left(a_1 - \frac{2}{3}\right) \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} + \frac{2}{3}$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{2}{3}$$

17 가형 17번과 동일

18 첫째항을 a_1 , 공비를 r 라 하면 모든 항이 양수이므로 a_1, r 는 양수이다.

$$a_2 \cdot a_4 = a_1 r \cdot a_1 r^3 = a_1^2 r^4 = 16 \quad \textcircled{\text{1}}$$

$$a_3 \cdot a_5 = a_1 r^2 \cdot a_1 r^4 = a_1^2 r^6 = 64 \quad \textcircled{\text{2}}$$

$$\frac{\textcircled{\text{2}}}{\textcircled{\text{1}}} \text{에서 } r^2 = 4$$

$$\therefore r = 2, a_1 = 1$$

$$\therefore a_7 = a_1 r^6 = 64$$

$$\begin{aligned} \text{19} \quad \left(\frac{x}{2} + \frac{2}{x}\right)^6 &= \sum_{k=0}^6 {}_6C_k \left(\frac{x}{2}\right)^k \left(\frac{2}{x}\right)^{6-k} \\ &= \sum_{k=0}^6 {}_6C_k 2^{6-2k} \cdot x^{2k-6} \end{aligned}$$

$$\text{상수항은 } 2k-6=0$$

$$\text{즉, } k=3 \text{ 일 때이다.}$$

따라서, 구하는 상수항은 ${}_6C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 2^3 = 20$ 이다.

20 기형 20번과 동일

21 기형 21번과 동일

22 $a = \log_2(2 + \sqrt{3})$ 이므로 $2^a = 2 + \sqrt{3}$

$$4^a = 7 + 4\sqrt{3} \text{ 이고 } \frac{1}{2^a} = 2 - \sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$4^a + \frac{4}{2^a} = 7 + 4\sqrt{3} + 4(2 - \sqrt{3})$$

$$= 15$$

23 A, B 두 사람이 동아리에 가입하는 모든 방법의 수 : ${}_4C_2 \times {}_4C_2 = 36$

A와 B가 공통으로 가입하는 동아리가 2개가 되는 경우의 수 : ${}_4C_2 = 6$

$$\therefore 36 - 6 = 30$$

24 $\log \frac{1}{2} = -\log 2 = -1 + (1 - \log 2) = -1 + \log 5$

즉, $\log \frac{1}{2}$ 의 개수는 $\log 5$ 이다.

$$10 \leq n < 100 \cdots \textcircled{1}$$

$$\log n \text{의 개수는 } \log n - 1$$

$$\therefore \log n - 1 < \log 5 \quad \therefore 0 \leq n < 50 \cdots \textcircled{2}$$

따라서, ①, ②에서 구하는 n의 개수는 40(개)이다.

25 기형 25번과 동일

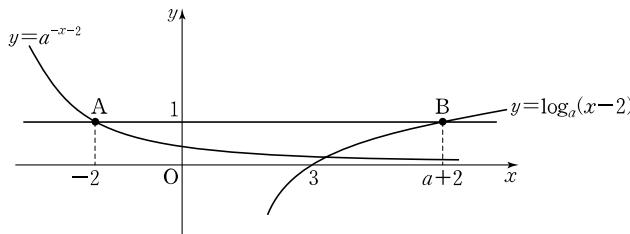
26 $AB = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{2} & 5 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} -2 & -3 & -10 \\ 4 & 6 & 20 \end{pmatrix}$$

따라서, 모든 성분의 합은 15이다.

27 $y = a^{-x-2}$ 는 $y = a^{-x}$ 를 x 축으로 -2만큼 평행이동시킨 것이다.

$y = \log_a(x-2)$ 는 $y = \log_a x$ 를 x 축으로 2만큼 평행이동시킨 것이다.



$y = a^{-x-2}$ 와 $y = 1$ 의 교점 A의 x좌표는

$$a^{-x-2} = 1, -x-2 = 0$$

$$\therefore x = -2$$

$y = \log_a(x-2)$ 와 $y = 1$ 의 교점 B의 x좌표는

$$\log_a(x-2) = 1, x-2 = a$$

$$\therefore x = a+2$$

$$\overline{AB} = 8 \text{이므로}$$

$$\overline{AB} = a+2 - (-2) = a+4 = 8$$

$$\therefore a = 4$$

28 A보다 B가 거리가 먼 지사를 선택해야 하므로

A가 (가)인 경우 B는 (나), (라), (마)

A가 (나)인 경우 B는 (다), (라), (마)

A가 (다)인 경우 B는 (라), (마)

A가 (라)인 경우 B는 (마)이면 되므로

이때 C, D, E는 나머지 세 곳을 한 곳씩 선택하면 되므로

$$(3+3+2+1) \times 3! = 54$$

29 $\neg. A = P \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} P^{-1}, B = P \begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix} P^{-1}$ 이므로

$$a = c, b = d \text{이면 } A = B \quad (\text{참})$$

$$\neg. AB = \left\{ P \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} P^{-1} \right\} \left\{ P \begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix} P^{-1} \right\}$$

$$= P \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix} P^{-1}$$

$$= P \begin{pmatrix} ac & 0 \\ 0 & bd \end{pmatrix} P^{-1} \quad (\text{참})$$

$$BA = \left\{ P \begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix} P^{-1} \right\} \left\{ P \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} P^{-1} \right\}$$

$$= P \begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} P^{-1}$$

$$= P \begin{pmatrix} ac & 0 \\ 0 & bd \end{pmatrix} P^{-1}$$

$$\therefore AB = BA \quad (\text{참})$$

$$\neg. A - B = P \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} P^{-1} - P \begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix} P^{-1}$$

$$= P \begin{pmatrix} a-c & 0 \\ 0 & b-d \end{pmatrix} P^{-1}$$

$A - B$ 가 역행렬을 가지면 $\begin{pmatrix} a-c & 0 \\ 0 & b-d \end{pmatrix}$ 가 역행렬을 가진다.

$$\therefore (a-c)(b-d) \neq 0 \text{이므로 } a \neq c \text{이고 } b \neq d \quad (\text{참})$$

따라서 \neg , \neg , \neg 모두 옳다.

30 i) 0을 사용하지 않는 경우 :

각 자리의 수의 합이 5인 다섯 자리 자연수는 11111이다. 즉, 1개이다.

ii) 0을 한 개 사용하는 경우 :

구하는 자연수의 개수는

0,1,1,1,2를 일렬로 나열하는 경우의 수에서 0을 맨 앞에 두고 1,1,1,2를 일렬로 나열하는 경우의 수를 뺀 것과 같다.

$$\therefore \frac{5!}{3!} - \frac{4!}{3!} = 20 - 4 = 16$$

i), ii)에서 $1 + 16 = 17$