

6월 12일 수능 모의평가

**수학 영역
(A형/B형)**

교시



수학 영역(A형)

분석 및 해설

정답	01 ①	02 ④	03 ③	04 ②	05 ①	06 ⑤	07 ②	08 ③	09 ③	10 ⑤
	11 ④	12 ④	13 ⑤	14 ②	15 ①	16 ②	17 ④	18 ①	19 ⑤	20 ③
	21 ⑤	22 3	23 21	24 32	25 5	26 34	27 12	28 8	29 10	30 71

출제 문항 분석

문항	난이도	출제 단원	출제 의도
1	하	지수	지수의 계산
2	하	행렬	행렬의 계산
3	하	함수의 극한	극한값의 계산
4	하	행렬과 그래프	그래프의 연결 관계를 나타내는 행렬
5	하	로그	로그의 계산
6	하	등차수열	등차수열의 항 구하기
7	하	함수의 극한	함수의 연속
8	하	수열의 극한	극한값의 계산
9	하	미분	미분계수
10	하	여러 가지 수열	수열의 합
11	하	행렬	행렬과 연립방정식
12	하	행렬	행렬의 거듭제곱
13	하	함수의 극한	좌우극한
14	하	미분	속도와 미분**
15	하	로그	로그의 계산
16	하	미분	극대와 극소
17	중	수열	일반항 구하기**
18	중	무한급수	무한급수의 합
19	상	행렬	진위판정**
20	중	로그함수	로그함수의 그래프*,***
21	상	함수의 극한	조건을 만족하는 함수식 만들기***
22	하	수열의 극한	극한값의 계산
23	하	미분	미분계수
24	하	지수함수	최댓값과 최솟값
25	하	수열의 극한	무한급수
26	하	여러 가지 수열	수열의 합
27	하	미분	접선의 방정식
28	중	여러 가지 수열	규칙성 찾기
29	중	함수의 극한	함수식 만들기
30	상	상용로그	순서쌍 개수 구하기**

* 신유형 문제

** 수능 출제 가능 문제

출제 경향

작년 수능에 비하여 쉽게 출제되었다. 중간 난이도의 문제가 적고 쉬운 난이도의 문제가 많아 시간적 여유가 있는 시험이었다. 따라서 전체적인 점수가 상승되리라 예상된다. 중상위권의 변별력이 크지 않아 자신이 평소 받던 등급과 다르게 나오는 경우가 발생할 수 있다. A형은 예전 시험과 큰 차이가 없다. 새로운 유형이나 색다른 개념의 문제가 없었다. 미분의 활용에서 그 동안 출제되지 않았던 속도·가속도 문제(14번)가 출제되었으나 매우 쉽게 출제되어 기본만 잘 알고 있는 학생이면 누구나 쉽게 풀었을 것이다.

학습 대책

수열의 일반항 구하기(17번), 도형의 무한급수 문제(18번), 행렬의 진위판정 문제(19번), 지수-로그에서 순서쌍 개수 구하기(30번) 등은 계속 출제되는 문제이므로 지속적인 공부가 필요하다.

30번의 순서쌍 개수 구하는 문제는 개수를 세는 것이 문제의 핵심이 아니고 상용로그의 지표와 가수를 얼마나 잘 이해하고 능숙하게 다루느냐가 핵심이다. 각 단원의 기본적인 개념에 대한 철저한 이해가 공부의 본질이다.

해 설

01 | $3 \times 8^{\frac{2}{3}} = 3 \times (2^3)^{\frac{2}{3}}$
 $= 3 \times 2^2$
 $= 12$

02 | $2A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$
 $2A + B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$

따라서 모든 성분의 합은 9이다.

03 | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+1) = 3$

04 | 그래프의 꼭짓점 하나에 연결된 변이 하나일 때
 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분은 1이 2개씩 생
 기므로 행렬의 성분 중 1의 개수는 변의 개수의 두
 배이다.

$$\therefore 4 \times 2 = 8\text{개}$$

05 | $\log_8 2 + \log_8 4 = \log_8 (2 \times 4)$
 $= \log_8 8 = 1$

06 | 수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면
 $a_3 - a_1 = 2d$
 $10 - 2 = 2d$
 $\therefore d = 4$
 $\therefore a_5 = a_1 + 4d$
 $= 2 + 16$
 $= 18$

07 | 실수 전체에서 연속이므로
 $x = 1$ 에서도 연속이다.
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ 어야 한다.
 $\therefore \lim_{x \rightarrow 1} (2x+5) = a$
 $\therefore a = 7$

08 | $a_n = 3 \times 3^{n-1} = 3^n$ 이므로

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} - 7}{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} - 7}{3^n} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{7}{3^n}}{1} \\ &= 3 \end{aligned}$$

09 | $f(x) = x^2 + 4x$ 이므로

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x + 4 \\ \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{2h} &= \frac{1}{2} f'(1) \\ &= \frac{1}{2} (2 \times 1 + 4) \\ &= 3 \end{aligned}$$

10 | $\sum_{k=1}^n \frac{4}{k(k+1)} = 4 \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$
 $= 4 \left(1 - \frac{1}{n+1} \right)$
 $= \frac{4n}{n+1}$

$$\therefore \frac{4n}{n+1} = \frac{15}{4}$$

$$\therefore n = 15$$

11 | $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = kE \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ (단, E 는 단위행렬)

$$\therefore (A - kE) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$A - kE$ 가 역행렬을 갖지 않아야 한다.

$$A - kE = \begin{pmatrix} 2-k & 0 \\ 0 & 4-k \end{pmatrix}$$
이므로

$$(2-k)(4-k) = 0$$

$$\therefore k = 2 \text{ 또는 } 4$$

따라서 k 의 값의 합은 6이다.

12 | $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix}$$

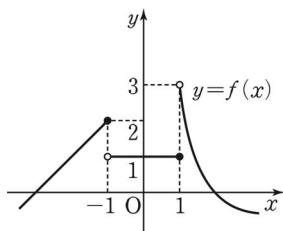
$$A^3 = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 64 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} & \vdots \\ A^n &= \begin{pmatrix} 2^n & 0 \\ 0 & 4^n \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} &= A^n \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2^n & 0 \\ 0 & 4^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 \times 2^n \\ 4^n \end{pmatrix} \\ \therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(x_n)^2}{y_n + 1} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3 \times 2^n)^2}{4^n + 1} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9 \times 4^n}{4^n + 1} \\ &= 9 \end{aligned}$$

13 | 주어진 그래프에서

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3 \text{ } \circ\text{므로}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= 2 + 3 \\ &= 5 \end{aligned}$$



14 출제 가능 문제

14 | $x = -t^2 + 4t$ \circ 므로

점 P의 속도는

$$\frac{dx}{dt} = -2t + 4$$

$t = a$ 에서 점 P의 속도가 0 \circ 므로

$$-2a + 4 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

15 | $L^2 = 100D^2 \times \log_3 R$ 에서

$D = 20, R = 81$ 일 때 L을 구한다.

$$\therefore L^2 = 100 \times 20^2 \times \log_3 81$$

$$= 100 \times 20^2 \times 4$$

$$\therefore L = 10 \times 20 \times 2$$

$$= 400$$

16 | $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + a$

$$f'(x) = 3x^2 - 18x + 24$$

$$= 3(x^2 - 6x + 8)$$

$$= 3(x-2)(x-4)$$

$$f'(2) = 0, f'(4) = 0 \text{ } \circ\text{고}$$

$x = 2$ 일 때 극댓값 10을 가지므로

$$f(2) = 2^3 - 9 \times 2^2 + 24 \times 2 + a$$

$$= 20 + a$$

$$\therefore a + 20 = 10$$

$$\therefore a = -10$$

17 출제 가능 문제

17 | 주어진 식에 의하여

$$2a_{n+1} = 3a_n - \frac{6(n+1)}{(n+1)!} + \frac{4}{(n+1)!}$$

$$2a_{n+1} - \frac{4}{(n+1)!} = 3a_n - 3 \times \frac{2}{n!}$$

$$\therefore f(n) = \frac{2}{n!}$$

$$\text{한편, } b_n = a_n - \frac{2}{n!} \text{ 라 하면}$$

$$2b_{n+1} = 3b_n$$

$$\{b_n\} \text{은 } b_1 = 1, \text{ 공비가 } \frac{3}{2} \text{ 인 등비수열이므로}$$

$$b_n = \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$$

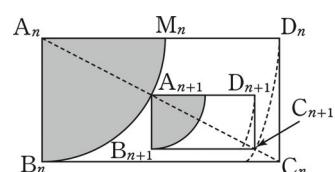
$$\therefore g(n) = \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore f(3) \times g(3) = \frac{2}{3!} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{3-1}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{9}{4}$$

$$= \frac{3}{4}$$

18 | $\overline{A_nB_n} = r_n$ \circ 라 하면, $r_1 = 1$



$$\overline{A_nD_n} = 2r_n, \quad \overline{A_nC_n} = \sqrt{5}r_n \text{ } \circ\text{고}$$

$$\begin{aligned}
r_{n+1} &= \overline{\text{A}_{n+1}\text{B}_{n+1}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{5}} \overline{\text{A}_{n+1}\text{C}_{n+1}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{5}} (\overline{\text{A}_n\text{C}_{n+1}} - \overline{\text{A}_n\text{A}_{n+1}}) \\
&= \frac{1}{\sqrt{5}} (\overline{\text{A}_n\text{D}_n} - \overline{\text{A}_n\text{B}_n}) \\
&= \frac{1}{\sqrt{5}} (2r_n - r_n) \\
&= \frac{1}{\sqrt{5}} r_n \\
\therefore r_n &= \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \right)^{n-1} \\
\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} S_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\pi}{4} r_k^2 \\
&= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\pi}{4} \times \left(\frac{1}{5} \right)^{k-1} \\
&= \frac{\frac{\pi}{4}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{5}{16} \pi
\end{aligned}$$

출제 가능 문제

19 | $A^2 = -A$, $A^2 + B^2 = A + E$ 에서

$$-A + B^2 = A + E$$

$$\therefore B^2 = 2A + E \quad \dots \textcircled{1}$$

ㄱ. $A^2 = -A$ 의 양변에 A 를 곱하면

$$A^3 = -A^2 = A \quad \therefore \text{참}$$

ㄴ. ①에서

$$AB^2 = A(2A + E) = 2A^2 + A$$

$$B^2A = (2A + E)A = 2A^2 + A$$

$$\therefore AB^2 = B^2A \quad \therefore \text{참}$$

ㄷ. $A^2 + A = O$ 에서

$$A^2 + A + \frac{1}{4}E = \frac{1}{4}E$$

$$4A^2 + 4A + E = E$$

$$(2A + E)^2 = E$$

$$(B^2)^2 = E (\because \textcircled{1} \text{에서})$$

$$B^4 = E$$

$$\therefore B^{-1} = B^3 \quad \therefore \text{참}$$

따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

● 신유형 문제

20 | $f(x) = \log_a(bx - 1)$ 의 x 절편은

$$0 = \log_a(bx - 1)$$

$$\therefore bx - 1 = 1$$

$$\therefore x = \frac{2}{b} \quad \dots \textcircled{1}$$

$g(x) = \log_b(ax - 1)$ 의 점근선은

$$ax - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{a} \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②에서

$$\frac{2}{b} = \frac{1}{a} \quad \therefore b = 2a$$

$0 < a < 1 < b$ 에서

$$\frac{1}{2} < a < 1$$

$$\therefore b = 2a \left(\frac{1}{2} < a < 1 \right)$$

/// 출제 가능 문제

21 | 조건 (ㄱ)에서 $g(x) = (x-1)Q(x)$

조건 (나)에서

$n = 1$ 때

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x-1)Q(x)} = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\therefore f(x) = (x-1)T(x)$$

$f(x)$ 를 ①에 대입하면

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)T(x)}{(x-1)Q(x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{T(x)}{Q(x)} = 0$$

$$T(x) = (x-1)(x-a)$$

따라서 $f(x) = (x-1)^2(x-a)$ 로 나타낼 수 있다.

조건 (나)에서

$n = 2$ 때

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)^2(x-a)}{(x-1)Q(x)} = 0 \Rightarrow a=2$$

$$a = 2$$

$$\therefore f(x) = (x-1)^2(x-2)$$

조건 (나)에서

$n = 3$ 때

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-1)^2(x-2)}{(x-1)Q(x)} = 2$$

$$\therefore Q(3) = 1$$

$n = 4$ 일 때

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-1)^2(x-2)}{(x-1)Q(x)} = 6$$

$$\therefore Q(4) = 1$$

$Q(x) = x^2 + bx + c$ 로 나타낼 수 있으므로

$$Q(3) = 9 + 3b + c = 1$$

$$Q(4) = 16 + 4b + c = 1$$

$$b = -7, \quad c = 13$$

$$\therefore g(x) = (x-1)(x^2 - 7x + 13)$$

$$\therefore g(5) = 12$$

22 | $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5}{n^2 + 2n}$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{5}{n^2}}{1 + \frac{2}{n}} = 3$$

23 | $f(x) = x^2 + x + 3$ 에서

$$f'(x) = 2x + 1$$

$$\therefore f'(10) = 21$$

24 | $f(x) = 2^x$ 는 증가함수이고

$$g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x}$$
 는 감소함수임으로

닫힌 구간 $[-1, 3]$ 에서

$$f(x)$$
의 최댓값은 $f(3) = 8 = a$

$$g(x)$$
의 최댓값은 $g(-1) = 4 = b$

$$\therefore ab = 32$$

25 | $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{5n}{n+1}\right)$ 수렴하므로

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(a_n - \frac{5n}{n+1}\right) = 0$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 5$$

26 | $\sum_{k=1}^n (a_{k+1} - a_k) = 2n + 1 \quad (n \geq 1)$

$n = 9$ 를 대입하면

$$(a_2 - a_1) + (a_3 - a_2) + \cdots + (a_{10} - a_9) = 19$$

$$a_{10} - a_1 = 19, \quad a_{10} = a_1 + 19$$

$$\therefore a_{10} = 34$$

27 | $y' = -3x^2 + 2$ 이므로

(1, 1)에서의 접선의 방정식은

$$y = -x + 2$$

점 $(-10, a)$ 를 지나므로

$$a = -(-10) + 2$$

$$= 12$$

28 | 자연수 m 에 대하여

$$(x_{2m}, y_{2m}) = (x_{2m-1}, (y_{2m-1} - 3)^2)$$

$$(x_{2m+1}, y_{2m+1}) = ((x_{2m} - 3)^2, y_{2m})$$

$$\therefore (x_{2m+1}, y_{2m+1}) = ((x_{2m-1} - 3)^2, (y_{2m-1} - 3)^2)$$

$$(x_3, y_3) = ((x_1 - 3)^2, (y_1 - 3)^2) = (4, 4)$$

$$(x_5, y_5) = ((x_3 - 3)^2, (y_3 - 3)^2) = (1, 1)$$

$$(x_7, y_7) = ((x_5 - 3)^2, (y_5 - 3)^2) = (4, 4)$$

⋮

$$(x_{2m+1}, y_{2m+1}) = \begin{cases} (1, 1) & (m \text{ 짝수}) \\ (4, 4) & (m \text{ 홀수}) \end{cases}$$

$$(x_{2015}, y_{2015}) = (4, 4)$$

$$\therefore x_{2015} + y_{2015} = 8$$

29 | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{x^2} = -11$ 이므로

$$f(x) - x^3 = -11x^2 + ax + b$$

$$\therefore f(x) = x^3 - 11x^2 + ax + b \quad \dots \textcircled{D}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 22x + a \quad \dots \textcircled{D}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -9$$
 이므로

$$f(1) = 0 \text{이고 } f'(1) = -9 \text{이다.}$$

$\textcircled{D}, \textcircled{D}$ 에 대입하면

$$1 - 11 + a + b = 0$$

$$3 - 22 + a = -9$$

$$\therefore a = 10, \quad b = 0$$

$$\therefore f(x) = x^3 - 11x^2 + 10x$$

$$\begin{aligned}\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} xf\left(\frac{1}{x}\right) &= \lim_{x \rightarrow \infty} x\left(\frac{1}{x^3} - \frac{11}{x^2} + \frac{10}{x}\right) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{11}{x} + 10\right) \\ &= 10\end{aligned}$$

출제 가능 문제

30 | $\log a = m + \alpha$ (m 은 정수, $0 \leq \alpha < 1$)

$\log b = n + \beta$ (n 은 정수, $0 \leq \beta < 1$)

조건 (가)에서

$$\log a \leq \log b \leq \log 20$$

$$m + \alpha \leq n + \beta \leq 1 + \log 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$m \leq n \leq 1 \quad \dots \textcircled{2}$$

조건 (나)에서

$$n + \beta - (m + \alpha) \leq \alpha - \beta$$

$$n - m \leq 2(\alpha - \beta) \quad \dots \textcircled{3}$$

$$\alpha \geq \beta \quad \dots \textcircled{4}$$

(i) $m = n = 0$ 또는 $m = n = 1$ 이면

①에서 $\alpha \leq \beta$

④에서 $\alpha \geq \beta$ 므로

$$\alpha = \beta$$

$$\therefore a = b$$

$$(a, b) = (1, 1) (2, 2) \cdots (20, 20)$$

따라서 순서쌍 (a, b) 의 개수는 20개이다.

(ii) $m = 0, n = 1$ 이면

③에서 $1 \leq 2(\alpha - \beta)$

$$\alpha \geq \beta + \frac{1}{2}$$

$\log a = \alpha, \log b = 1 + \beta$ 이므로

$$\log a \geq \log b - 1 + \frac{1}{2}$$

$$\therefore \sqrt{10}a \geq b$$

$1 \leq a < 10, 10 \leq b \leq 20$ 이므로

a	$\sqrt{10}a$	b	
1	$\sqrt{10}$	없음	0개
2	$\sqrt{40}$	없음	0개
3	$\sqrt{90}$	없음	0개
4	$\sqrt{160}$	10, 11, 12	3개
5	$\sqrt{250}$	10, 11, ..., 15	6개
6	$\sqrt{360}$	10, 11, ..., 18	9개
7	$\sqrt{490}$	10, 11, ..., 20	11개
8	$\sqrt{640}$	10, 11, ..., 20	11개
9	$\sqrt{810}$	10, 11, ..., 20	11개

따라서 순서쌍 (a, b) 의 개수는 51개이다.

(i), (ii)에서 구하는 순서쌍 (a, b) 의 개수는 71개이다.

종로 모의고사 수능 고득점 전략!

미리보는 수능, 나의 위치를 점검하라!



연습을 실전처럼! 모의실전 대비 시험지
배송 모의고사



시행당일 바로 받아보는 빠르고 편리한
PDF 모의고사

- 평가원, 교육청, EBS 출제 경험이 있는, 현직 선생님의 문제출제 및 검토
- 영역별 120% 출제 후, 우수문항만을 선별 출제
- 출제자 교차 검토, 난이도 조정 및 TEST, 보편 타당성 검증 등 치밀한 검증 3단계
- 수능지수 환산 분석을 통한 예상 전국 석차와 영역별 성적분석 리포트 제공

| 회원가입문의 02 319 3199 | 종로학원 검색



수학 영역(B형)

분석 및 해설

정답	01 ①	02 ③	03 ②	04 ⑤	05 ④	06 ④	07 ①	08 ④	09 ③	10 ②
	11 ⑤	12 ②	13 ④	14 ③	15 ①	16 ⑤	17 ②	18 ③	19 ③	20 ⑤
	21 ①	22 7	23 3	24 17	25 16	26 50	27 35	28 5	29 14	30 167

출제 문항 분석

문항	난이도	출제 단원	출제 의도
1	하	지수	지수의 계산
2	하	행렬	행렬의 계산
3	하	삼각함수	삼각함수의 계산
4	하	미분	미분계수
5	하	삼각함수	삼각함수의 합성
6	하	적분	적분의 계산
7	하	행렬	행렬과 연립방정식
8	하	여러 가지 수열	수열의 합
9	하	적분	넓이의 계산
10	하	로그	로그의 계산
11	하	일차변환	합성변환
12	하	이차곡선	쌍곡선의 접선
13	하	여러 가지 수열	수열의 합
14	중	부등식	부등식의 해
15	중	무한급수	무한급수의 합***
16	상	행렬	진위판정***
17	중	이차곡선	타원의 정의
18	중	함수의 극한	합성함수의 극한
19	중	로그	로그함수의 그래프*,**
20	중	경우의 수	증복조합*
21	중	미분	미분계수**
22	하	함수의 극한	극한값의 계산
23	하	경우의 수	이항정리
24	하	일차변환	변환된 점의 좌표
25	하	무한급수	무한등비급수
26	중	미분	미분과 접선
27	중	방정식	방정식의 계산
28	상	이차곡선	포물선의 정의**
29	상	함수의 극한	삼각함수의 극한**
30	상	적분	주어진 조건을 만족하는 함수*,**

* 신유형 문제

** 수능 출제 가능 문제

출제 경향

작년 수능에 비하여 쉽게 출제되었다. 중간 난이도의 문제가 적고 쉬운 난이도의 문제가 많아 시간적 여유가 있는 시험이었다. 따라서 전체적인 점수가 상승되리라 예상된다. 중상위권의 변별력이 크지 않아 자신이 평소에 받던 등급과 다르게 나오는 경우가 발생할 수 있다.

B형은 새로운 유형의 문제는 없었다. 예년과 달리 세트형 문제가 출제되지 않았지만 세트형 문제도 연관성 없는 두 문제를 묶어 놓은 것에 불과하였으므로 세트형 문제의 유무가 공부 방법의 변화를 주지 않는다.

빈칸 추론 문제(21번)가 기존의 수열 단원에서 벗어난 점이 변화된 점이다. 미분계수 구하는 문제로 출제되었는데 문제 자체가 어렵지는 않았지만 수능에서 빈칸 추론 문제의 소재가 다양해질 수 있다는 것을 암시해 준다.

학습 대책

변별력을 위한 문제는 미적분에서 출제되었다. 올해 수능도 작년 수능과 같이 미적분, 공간도형, 벡터에서 난 이도있는 문제가 출제될 것으로 생각된다. 교육과정이 개념과 공식을 능숙하게 다루는 능력이 있어야 변별력을 위해 출제되는 30번과 같은 문제를 풀 수 있다. 다양한 문제를 접하고 매번 스스로 고민하여 해결하도록 노력해야 한다. 이차곡선은 항상 정의가 이용됨에 유의해야 한다. 빈칸 추론 문제를 앞뒤 문맥만봐서 풀이하는 방법은 시험에 대한 대비가 되지 않는다. 평소 꼼꼼히 공부하는 습관이 도움이 될 것이다.

해설

$$01 \mid \log_3 4 + \log_3 \frac{3}{4} = \log_3 \left(4 \times \frac{3}{4} \right) = \log_3 3 = 1$$

$$02 \mid A + E = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

모든 성분의 합이 9이므로 $6 + a = 9$

$$\therefore a = 3$$

$$03 \mid \cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$$

$$= 1 - 2 \times \frac{4}{9} = \frac{1}{9}$$

$$04 \mid f(x) = e^{3x} + 10x \text{에서}$$

$$f'(x) = 3 \cdot e^{3x} + 10$$

$$f'(0) = 3 + 10 = 13$$

$$05 \mid f(x) = \sqrt{5} \sin x + 2 \cos x + a$$

$$= \sqrt{5+2^2} \sin(x+\alpha) + a$$

$$\left(\text{단, } \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}, \sin \alpha = \frac{2}{3} \right)$$

$$= 3 \sin(x+\alpha) + a \text{이므로}$$

$f(x)$ 의 최댓값은 $3+a$ 이다.

$$3+a=7$$

$$\therefore a=4$$

$$06 \mid \ln x = t \text{라 하면 } \frac{1}{x} dx = dt$$

$$x=e \text{일 때 } t=1,$$

$$x=e^3 \text{일 때 } t=3$$

$$\int_e^{e^3} \frac{\ln x}{x} dx = \int_1^3 t dt$$

$$= \left[\frac{1}{2} t^2 \right]_1^3$$

$$= 4$$

$$07 \mid A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$A \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a+2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a+2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{이외의 해를 가지므로}$$

행렬 A 의 역행렬은 존재하지 않아야 된다.

$$\therefore 1 - (a+2) = 0$$

$$\therefore a = -1$$

$$08 \mid \sum_{k=1}^n (a_{k+1} - a_k) = 2n+1 \quad (n \geq 1)$$

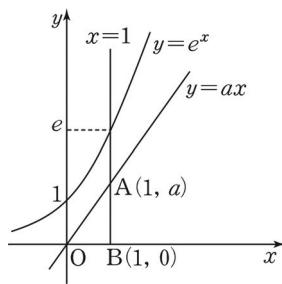
$n=9$ 를 대입하면

$$(a_2 - a_1) + (a_3 - a_2) + \dots + (a_{10} - a_9) = 19$$

$$a_{10} - a_1 = 19, \quad a_{10} = a_1 + 19$$

$$\therefore a_{10} = 34$$

09 | $y = e^x$ 의 그래프와 x 축, y 축 및 직선 $x=1$ 로 둘러싸인 영역의 넓이는



$$\begin{aligned}\int_0^1 e^x dx &= [e^x]_0^1 \\ &= e - 1\end{aligned}$$

○]므로

$$\begin{aligned}\Delta OAB &= \frac{1}{2}(e - 1) = \frac{1}{2} \times 1 \times a \\ \therefore a &= e - 1\end{aligned}$$

10 | A 나무에서

$$400^2 = 100 \times 20^2 \times \log_3 R_A$$

$$\therefore \log_3 R_A = 4, R_A = 3^4$$

B 나무에서

$$L_B^2 = 100 \times 30^2 \times \log_3 R_B$$

$$\frac{R_A}{R_B} = 27 \text{ ○]므로, } R_B = 3$$

$$L_B^2 = 100 \times 30^2 \times 1 = 300^2$$

$$\therefore L_B = 300$$

11 | 합성변환 $g^{-1} \circ f$ 를 나타내는 행렬을 A라 하면

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & \frac{a}{2} \\ \frac{b}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{a}{2} \\ \frac{b}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + a \\ \frac{b+2}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$a = 4, b = 1$$

$$\therefore a + b = 5$$

12 | $\frac{x^2}{8} - y^2 = 1$ 위의 점 A(4, 1)에서의 접선은

$$\frac{4x}{8} - y = 1$$

접선과 x축과의 교점은 B(2, 0)

쌍곡선의 초점의 x좌표를 c라 하면

$$c^2 = 8 + 1 = 9$$

$$\therefore F(3, 0)$$

$$\therefore \Delta FAB = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$$

13 | $\sum_{k=1}^n a_k = n^2 - n$ ○]므로

$$a_1 = \sum_{k=1}^1 a_k = 0,$$

$$a_n = \sum_{k=1}^n a_k - \sum_{k=1}^{n-1} a_k$$

$$= n(n-1) - (n-1)(n-2)$$

$$= 2(n-1) \quad (n \geq 2)$$

$$\therefore a_n = 2(n-1) \quad (n \geq 1)$$

$$\sum_{k=1}^{10} k a_{4k+1} = \sum_{k=1}^{10} k \cdot 2 \cdot 4k$$

$$= 8 \sum_{k=1}^{10} k^2$$

$$= 8 \times \frac{10 \times 11 \times 21}{6}$$

$$= 3080$$

14 | $y = f(x)$ 와 $y = x - 3$ 의 교점은

$x \geq 4$ 일 때

$$2(x-4) - 4 = x - 3$$

$$x = 9$$

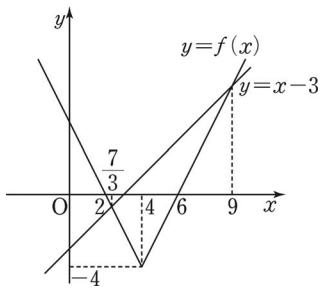
$$\therefore (9, 6)$$

$x < 4$ 일 때

$$-2(x-4) - 4 = x - 3$$

$$x = \frac{7}{3}$$

$$\therefore \left(\frac{7}{3}, -\frac{2}{3} \right)$$



$$\frac{x-3}{f(x)} \geq 1 \text{에서}$$

(i) $f(x) < 0$ 일 때, 즉 $2 < x < 6$ 일 때

$$f(x) \geq x - 3$$

$$\text{그림에서 } 2 < x \leq \frac{7}{3}$$

자연수 x 는 존재하지 않는다.

(ii) $f(x) > 0$ 일 때, 즉 $x < 2$ 또는 $x > 6$ 일 때

$$f(x) \leq x - 3$$

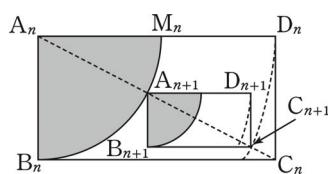
$$\text{그림에서 } 6 < x \leq 9$$

자연수 x 는 7, 8, 9이다.

따라서 모든 자연수 x 의 값의 합은 24이다.

출제 가능 문제

15 | $\overline{A_n B_n} = r_n$ 이라 하면, $r_1 = 1$



$$\overline{A_n D_n} = 2r_n, \quad \overline{A_n C_n} = \sqrt{5} r_n \text{ 이고}$$

$$r_{n+1} = \overline{A_{n+1} B_{n+1}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} \overline{A_{n+1} C_{n+1}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} (\overline{A_n C_{n+1}} - \overline{A_n A_{n+1}})$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} (\overline{A_n D_n} - \overline{A_n B_n})$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} (2r_n - r_n)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} r_n$$

$$\therefore r_n = \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \right)^{n-1}$$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{n \rightarrow \infty} S_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\pi}{4} r_k^2 \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\pi}{4} \times \left(\frac{1}{5} \right)^{k-1} \\ &= \frac{\frac{\pi}{4}}{1 - \frac{1}{5}} \\ &= \frac{5}{16} \pi \end{aligned}$$

출제 가능 문제

16 | $A^2 = -A$, $A^2 + B^2 = A + E$ 에서

$$-A + B^2 = A + E$$

$$\therefore B^2 = 2A + E \quad \dots \dots \textcircled{1}$$

$\neg A^2 = -A$ 의 양변에 A 를 곱하면

$$A^3 = -A^2 = A \quad \therefore \text{참}$$

\neg . $\textcircled{1}$ 에서

$$AB^2 = A(2A + E) = 2A^2 + A$$

$$B^2 A = (2A + E)A = 2A^2 + A$$

$$\therefore AB^2 = B^2 A \quad \therefore \text{참}$$

\neg . $A^2 + A = O$ 에서

$$A^2 + A + \frac{1}{4}E = \frac{1}{4}E$$

$$4A^2 + 4A + E = E$$

$$(2A + E)^2 = E$$

$$(B^2)^2 = E (\because \textcircled{1} \text{에서})$$

$$B^4 = E$$

$$\therefore B^{-1} = B^3 \quad \therefore \text{참}$$

따라서 \neg , \neg , \neg 모두 옳다.

17 | 타원의 장축의 길이는 14이다

$$\overline{PF'} = 14 - 9 = 5$$

피타고라스 정리에서

$$\overline{PH} = \sqrt{9^2 - (6\sqrt{2})^2} = 3 \text{ 이므로}$$

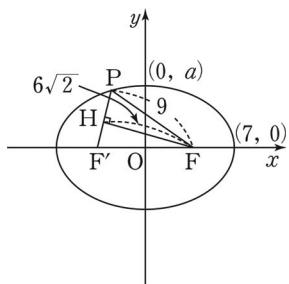
$$\overline{HF'} = 5 - 3 = 2$$

$$\therefore \overline{FF'} = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 + 2^2}$$

$$= \sqrt{76} = 2\sqrt{19}$$

따라서 $F(\sqrt{19}, 0)$ 이고, $\sqrt{49-a} = \sqrt{19}$

$$\therefore a = 30$$



18 | $\neg \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$ 이므로
부등식 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) < \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 가 성립한다.
 \therefore 참

㉡. $\frac{1}{t} = x$ 라 하면 $t \rightarrow \infty$ 일 때 $x \rightarrow +0$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{t}\right) = \lim_{x \rightarrow +0} f(x) = 1 \quad \therefore \text{참}$$

㉢. $x \rightarrow 3+0$ 일 때 $f(x) \rightarrow 2-0$

$x \rightarrow 3-0$ 일 때 $f(x) \rightarrow 2+0$

이므로 $f(x) = t$ 라 하면

$$\lim_{x \rightarrow 3+0} f(f(x)) = \lim_{t \rightarrow 2+0} f(t) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3-0} f(f(x)) = \lim_{t \rightarrow 2-0} f(t) = 3$$

따라서 함수 $f(f(x))$ 는 $x = 3$ 에서의 극한값이 존재하지 않으므로 불연속이다. \therefore 거짓

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

● 신유형 문제

19 | $f(x) = \log_a(bx - 1)$ 의 x 절편은

$$0 = \log_a(bx - 1)$$

$$\therefore bx - 1 = 1$$

$$\therefore x = \frac{2}{b} \quad \dots \dots \textcircled{1}$$

$g(x) = \log_b(ax - 1)$ 의 점근선은

$$ax - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{a} \quad \dots \dots \textcircled{2}$$

㉠, ㉡에서

$$\frac{2}{b} = \frac{1}{a}$$

$$\therefore b = 2a$$

$0 < a < 1 < b$ 이다

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} &< a < 1 \\ \therefore b &= 2a \left(\frac{1}{2} < a < 1 \right) \end{aligned}$$

● 신유형 문제

20 | $a + b + c = 6$ 을 만족하는 음이 아닌 정수의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는

$${}^3H_6 = {}^3+6-1C_6 = 28$$

$(1, a), (2, b), (3, c)$ 가 한 직선 위에 있으면

$$\frac{b-a}{2-1} = \frac{c-b}{3-2}$$

$$2b = a + c$$

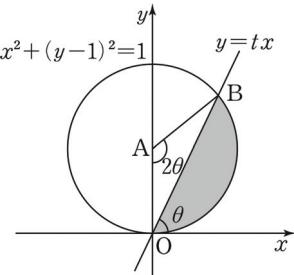
$a + b + c = 6$ 이면서 $2b = a + c$ 를 만족하는 음이 아닌 정수의 순서쌍은

$(0, 2, 4), (1, 2, 3), (2, 2, 2), (3, 2, 1), (4, 2, 0)$ 의 5가지

따라서 구하는 순서쌍의 개수는 $28 - 5 = 23$ 가지이다.

◆ 출제 가능 문제

21 |



원 $C: x^2 + (y-1)^2 = 1$ 의 중심을 A, 원 C와 직선 $l: y = tx$ 가 만나는 두 점을 각각 O, B라 하자. 직선 l 이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 $\theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$ 라 하면

$\angle OAB = 2\theta$ 이다. 주어진 연립부등식이 나타내는 영역의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하면

$$g(\theta) = \frac{1}{2} \cdot 1^2 \cdot 2\theta - \frac{1}{2} \cdot 1^2 \cdot \sin 2\theta$$

$$= \theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta$$

$$\therefore (\textcircled{1}) = \frac{1}{2} \sin 2\theta$$

이다. $t = \tan \theta$ 이므로 $g(\theta) = f(t) = f(\tan \theta)$ 이다.

고, 합성함수의 미분법에 의하여

$$\begin{aligned} g'(\theta) &= f'(\tan\theta) \times \sec^2\theta \\ &= f'(t) \times \sec^2\theta \\ \therefore (4) &= \sec^2\theta \\ \therefore f'(t) &= \frac{g'(\theta)}{\sec^2\theta} = \cos^2\theta(1 - \cos 2\theta) \\ t = 2 \text{ 일 때}, \tan\theta &= 2, \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \\ \cos 2\theta &= 2\cos^2\theta - 1 = -\frac{3}{5} \text{ } \circ] \text{므로} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(2) &= \frac{1}{5} \times \frac{8}{5} = \frac{8}{25} \\ \therefore (5) &= \frac{8}{25} = a \\ \therefore a \times h_1\left(\frac{\pi}{4}\right) \times h_2\left(\frac{\pi}{4}\right) &= \frac{8}{25} \times \left(\frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{2}\right) \times \left(\sec^2 \frac{\pi}{4}\right) \\ &= \frac{8}{25} \times \frac{1}{2} \times 2 = \frac{8}{25} \end{aligned}$$

$$22 \mid \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+7x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+7x)}{7x} \times 7 = 7$$

$$\begin{aligned} 23 \mid \left(ax + \frac{1}{x}\right)^4 &= \sum_{r=0}^4 {}_4C_r \cdot (ax)^r \left(\frac{1}{x}\right)^{4-r} \\ &= \sum_{r=0}^4 {}_4C_r \cdot a^r \cdot x^{2r-4} \circ] \text{므로} \end{aligned}$$

상수항은 $2r-4=0$ 일 때이다.

$$\begin{aligned} {}_4C_2 \cdot a^2 &= 6a^2 = 54 \text{에서 } a^2 = 9 \\ \therefore a &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 24 \mid f(3X_1 + X_2) &= 3f(X_1) + f(X_2) \\ &= 3\binom{4}{1} + \binom{-1}{3} \\ &= \binom{11}{6} \end{aligned}$$

$$\therefore a = 11, b = 6$$

$$\therefore a+b = 17$$

25 | 등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 라 하면

$$a_1(1+r) = 20 \text{에서 } a_1 = \frac{20}{1+r}$$

$$\frac{a_1 r^2}{1-r} = \frac{4}{3} \text{에서 } \frac{20r^2}{(1-r)(1+r)} = \frac{4}{3}$$

$$60r^2 = 4(1-r^2)$$

$$64r^2 = 4$$

$$r = \frac{1}{4} (\because r > 0)$$

$$\therefore a_1 = \frac{20}{1+\frac{1}{4}} = \frac{80}{5} = 16$$

26 | $y = f(x), y = g(x)$ 가 각각

$(e, -e), (e, -4e)$ 를 지나므로

$$f(e) = -e, g(e) = -4e$$

$x = e$ 에서의 접선이 서로 수직이므로

$$f'(e) \times g'(e) = -1 \quad \dots \dots \textcircled{1}$$

$g(x) = f(x) \ln x^4$ 에서

$$g'(x) = f'(x) \cdot \ln x^4 + f(x) \cdot \frac{4}{x}$$

$$g'(e) = 4f'(e) + f(e) \cdot \frac{4}{e}$$

$$= 4f'(e) - 4 \quad (\because f(e) = -e) \quad \dots \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서

$$f'(e)(4f'(e) - 4) = -1$$

$$4\{f'(e)\}^2 - 4f'(e) + 1 = (2f'(e) - 1)^2 = 0$$

$$\therefore f'(e) = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 100f'(e) = 50$$

27 | $\sqrt{g(x)} - \sqrt{g(x) - \{f(x)\}^2} = f(x)$ 에서

$$\sqrt{g(x)} - f(x) = \sqrt{g(x) - \{f(x)\}^2}$$

양변을 제곱하면

$$g(x) + \{f(x)\}^2 - 2\sqrt{g(x)}f(x) = g(x) - \{f(x)\}^2$$

(단, $\sqrt{g(x)} \geq f(x), g(x) \geq \{f(x)\}^2$)

정리하면

$$2f(x)\{f(x) - \sqrt{g(x)}\} = 0$$

$$\therefore f(x) = 0 \text{ 또는 } f(x) = \sqrt{g(x)}$$

$$f(x) = 0 \text{에서 } x = 2 \quad \dots \dots \textcircled{1}$$

$$f(x) = \sqrt{g(x)} \text{에서}$$

$$\{f(x)\}^2 = g(x) \text{ (단, } f(x) \geq 0, g(x) \geq 0)$$

$$x^2 - 4x + 4 = \frac{1}{2}(x-1)$$

$$2x^2 - 8x + 8 = x - 1$$

$$2x^2 - 9x + 9 = (x-3)(2x-3) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{3}{2}$$

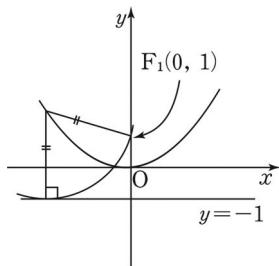
그런데 $x = 3$ 이면 $f(3) = -1 < 0$ 이므로

$$\therefore x = \frac{3}{2} \quad \dots \odot$$

따라서 \odot , \odot 에서 $10a = 10\left(2 + \frac{3}{2}\right) = 35$ 이다.

출제 가능 문제

- 28** | 포물선의 정의에 의해 포물선 위의 점에서 초점까지의 거리와 준선까지의 거리가 같다. 따라서 포물선 위의 점을 중심으로 하고 초점을 지나는 원은 준선과 접한다.



포물선 $C_1 : x^2 = 4y$ 의 초점은 $F_1(0, 1)$, 준선은 $y = -1$

중심이 C_1 위에 있고 점 F_1 을 지나는 원은 준선보다 위쪽 즉 부등식 $y \geq -1$ 을 만족하는 영역에 존재한다.

포물선 $C_2 : y^2 = 8x$ 의 초점은 $F_2(2, 0)$, 준선은 $x = -2$

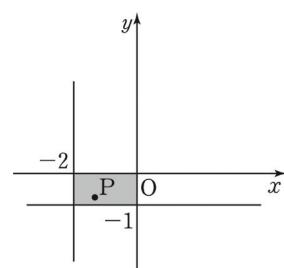
중심이 C_2 위에 있고 점 F_2 를 지나는 원은 마찬가지로 $x \geq -2$ 를 만족하는 영역에 존재한다.

따라서 두원의 교점 P는 $x \geq -2$, $y \geq -1$ 을 만족하는 영역에 존재한다.

또한 점 P는 문제에서 제3사분면에 있어야 하므로 점 P가 존재하는 영역은 그림과 같다.

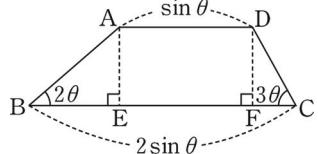
따라서 \overline{OP}^2 의 최댓값은 점 P가 $(-2, -1)$ 일 때

$$2^2 + 1^2 = 5$$



출제 가능 문제

29 |



A, D에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하고, $\overline{AE} = h$ 라 하면

$$\overline{BE} = h \cot 2\theta, \overline{CF} = h \cot 3\theta$$

$$\overline{BE} + \overline{CF} = h(\cot 2\theta + \cot 3\theta) = \sin \theta$$

$$\therefore h = \frac{\sin \theta}{\cot 2\theta + \cot 3\theta}$$

$$= \frac{\sin \theta}{\frac{\cos 2\theta}{\sin 2\theta} + \frac{\cos 3\theta}{\sin 3\theta}}$$

$$= \frac{\sin \theta \cdot \sin 2\theta \cdot \sin 3\theta}{\cos 2\theta \sin 3\theta + \cos 3\theta \sin 2\theta}$$

$$= \frac{\sin \theta \cdot \sin 2\theta \cdot \sin 3\theta}{\sin 5\theta}$$

$$\therefore S(\theta) = \frac{\sin \theta + 2\sin \theta}{2} \times h$$

$$= \frac{3}{2} \frac{\sin^2 \theta \cdot \sin 2\theta \cdot \sin 3\theta}{\sin 5\theta}$$

$$\therefore \lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$$

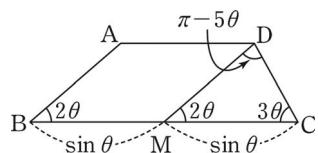
$$= \frac{3}{2} \cdot \lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\sin^2 \theta \cdot \sin 2\theta \cdot \sin 3\theta}{\theta^3 \cdot \sin 5\theta}$$

$$= \frac{3}{2} \lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\frac{\sin^2 \theta}{\theta^2} \cdot \frac{\sin 2\theta}{\theta} \cdot \frac{\sin 3\theta}{\theta}}{\frac{\sin 5\theta}{\theta}}$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{1 \times 2 \times 3}{5} = \frac{9}{5}$$

$$\therefore p + q = 14$$

(다른 풀이)



BC의 중점을 M이라 하면

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AD} = \overline{BM}$ 이므로

사각형 ABMD는 평행사변형이다.

$\triangle CDM$ 에서 \sin 정리에 의해

$$\begin{aligned}\frac{\overline{CD}}{\sin 2\theta} &= \frac{\sin \theta}{\sin(\pi - 5\theta)} \\ \therefore \overline{CD} &= \frac{\sin \theta \cdot \sin 2\theta}{\sin 5\theta} \\ \therefore S(\theta) &= 3 \cdot \Delta CDM \\ &= 3 \times \frac{1}{2} \times \sin \theta \times \overline{CD} \times \sin 3\theta \\ &= \frac{3}{2} \sin \theta \times \frac{\sin \theta \cdot \sin 2\theta}{\sin 5\theta} \times \sin 3\theta \\ &= \frac{3}{2} \cdot \frac{\sin^2 \theta \cdot \sin 2\theta \cdot \sin 3\theta}{\sin 5\theta}\end{aligned}$$

● 신유형 문제

30 | 조건 (나)에서 $n = 0, 1$ 을 대입하면 $y = f(x)$ 는 $(3, 7), (4, 8), (5, 10), (6, 13)$ 을 지난다.

$f'(x) \geq 1$ 이므로 $3 < t < 4$ 를 만족하는 곡선 위의 임의의 점 $(t, f(t))$ 에 대해서 평균값의 정리에 의해

$$\frac{f(t) - f(3)}{t - 3} \geq 1, \quad f(t) - 7 \geq t - 3,$$

$$f(t) \geq t + 4$$

$$\frac{f(t) - f(4)}{t - 4} \geq 1, \quad f(t) - 8 \leq t - 4,$$

$$f(t) \leq t + 4$$

따라서 $f(x) = x + 4 \quad (3 < x < 4)$ ⑦

마찬가지로 $f'(x) \leq 3$ 이므로

$5 < t < 6$ 을 만족하는 $y = f(x)$ 위의 임의의 점 $(t, f(t))$ 에 대해서

$$\frac{f(t) - f(5)}{t - 5} \leq 3, \quad f(t) - 10 \leq 3(t - 5)$$

$$f(t) \leq 3t - 5$$

$$\frac{f(t) - f(6)}{t - 6} \leq 3, \quad f(t) - 13 \geq 3(t - 6),$$

$$f(t) \geq 3t - 5$$

따라서 $f(x) = 3x - 5 \quad (4 < x < 5)$ ⑧

구간 $[4, 5]$ 에서 $f(x)$ 는 2차 함수의 그래프의 일부이므로

$$g(x) = ax^2 + bx + c$$
 라하면

$$f(x) = \begin{cases} \vdots \\ x + 4 & (3 \leq x \leq 4) \\ g(x) & (4 \leq x \leq 5) \\ 3x - 5 & (5 \leq x < 6) \end{cases}$$

실수 전체에서 미분 가능하므로

$g(4) = 8, \quad g(5) = 10, \quad g'(4) = 1, \quad g'(5) = 3$ 에서
 $a = 1, \quad b = -7, \quad c = 20$

$$g(x) = x^2 - 7x + 20$$

$$a = \int_3^6 f(x) dx$$

$$\begin{aligned}&= \int_3^4 (x + 4) dx + \int_4^5 (x^2 - 7x + 20) dx \\ &\quad + \int_5^6 (3x - 5) dx\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \left[\frac{1}{2}x^2 + 4x \right]_3^4 + \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 20x \right]_4^5 \\ &\quad + \left[\frac{3}{2}x^2 - 5x \right]_5^6\end{aligned}$$

$$= \frac{15}{2} + \frac{53}{6} + \frac{23}{2} = \frac{167}{6}$$

$$\therefore 6a = 167$$

(다른 풀이)

사다리꼴 넓이에서

$$\int_3^4 f(x) dx = \frac{1}{2}(7+8) = \frac{15}{2}$$

$$\int_5^6 f(x) dx = \frac{1}{2}(10+13) = \frac{23}{2}$$

$$\text{또}, \quad \int_4^5 f(x) dx = \frac{1}{2}(8+10) - \frac{1}{6} \cdot 1^3 = 9 - \frac{1}{6}$$

$$\therefore a = \frac{15}{2} + \frac{23}{2} + 9 - \frac{1}{6} = 28 - \frac{1}{6} = \frac{167}{6}$$

$$\therefore 6a = 167$$

매일 20분 학습으로 나도 수능 1등급!



종로핵심체크 SLP

- 연간 온라인 학습 프로그램 -

| 수능 1 등급 비결! |

핵심체크 문제/풀이

국어 · 영어 · 수학
(연 28회 + FINAL 2회)

종로핵심체크 SLP

성적분석 시스템

온라인 응시/채점
실시간 등급 확인

동영상 강의

전 문항 해설강의

회원가입문의

02 2631 0126

종로학원

검색

종로학원

