

제 2 교시

수학 영역(A형)

짝수형

5지선다형

1. $4^{-\frac{1}{2}} \times \log_3 9$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $(A-B)^2$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times 5^n - 3^n}{5^{n+1} + 2^n}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

4. $\int_{-1}^1 (x^3 + 3x^2 + 5) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

5. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4}, \quad P(A^c \cap B) = \frac{1}{6}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

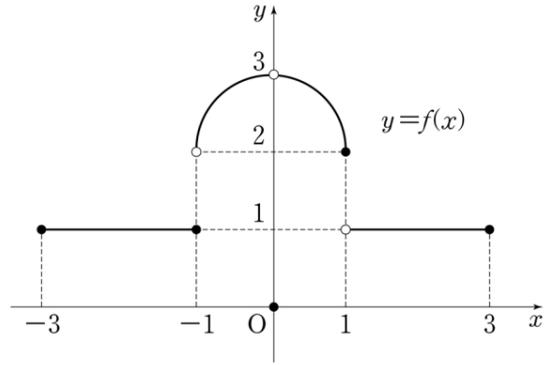
- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

6. 로그부등식 $\log_{\sqrt{2}} |x| < 5$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수는?

[3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

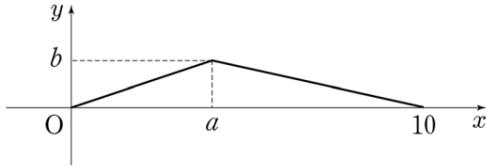
7. 정의역이 $\{x | -3 \leq x \leq 3\}$ 인 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

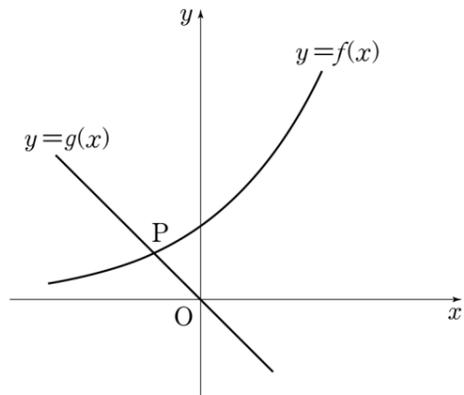
8. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 10$ 이고, X 의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



$P(0 \leq X \leq a) = \frac{2}{5}$ 일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② $\frac{24}{5}$ ③ $\frac{23}{5}$ ④ $\frac{22}{5}$ ⑤ $\frac{21}{5}$

9. 좌표평면에서 함수 $f(x)=2^x$ 의 그래프와 함수 $g(x)=-x$ 의 그래프가 만나는 점을 $P(a, -a)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

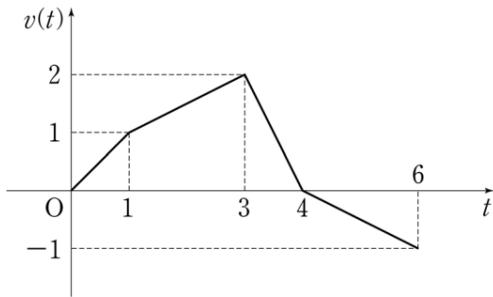


<보 기>

- ㄱ. $a < -1$
- ㄴ. $t > 0$ 이면 $|f(-t) - g(-t)| < |f(t) - g(t)|$ 이다.
- ㄷ. 함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프와 함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 좌표는 $(-a, a)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

10. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(0 \leq t \leq 6)$ 에서의 속도 $v(t)$ 의 그래프가 그림과 같다. 점 P가 시간 $t=0$ 에서 시간 $t=6$ 까지 움직인 거리는? [3점]



- ① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

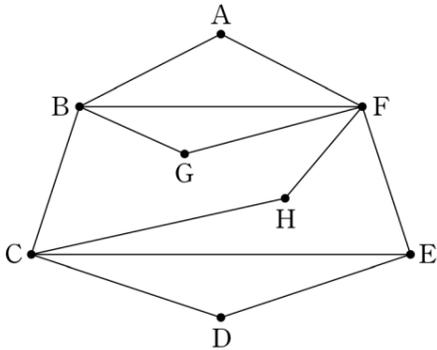
11. 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2)=f(x)$ 를 만족시키고,

$$f(x) = \begin{cases} ax+1 & (-1 \leq x < 0) \\ 3x^2+2ax+b & (0 \leq x < 1) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

[12~13] 그림과 같이 8개의 지점 A, B, C, D, E, F, G, H를 잇는 도로망이 있다. 12번과 13번의 두 물음에 답하시오.



12. 각 지점을 꼭짓점으로 하고 두 지점을 잇는 도로를 변으로 하는 그래프에 대하여, 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은? [3점]

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

13. 8개의 지점 중에서 한 지점을 임의로 선택할 때, 선택된 지점에 연결된 도로의 개수를 확률변수 X 라 하자. 확률변수 $3X+1$ 의 평균 $E(3X+1)$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

14. 어느 고등학교 학생들의 일주일 독서 시간은 평균 7시간, 표준편차 2시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 학생 중 임의추출한 36명의 일주일 독서 시간의 평균이 6시간 40분 이상 7시간 30분 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.5328 ② 0.6247 ③ 0.6687
 ④ 0.7745 ⑤ 0.8185

15. 영행렬이 아닌 이차정사각행렬 A 가 $A^2=3A$ 를 만족시킨다. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 행렬 $(A-E)^n$ 을

$$(A-E)^n = a_n A + (-1)^n E$$

와 같이 나타낼 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정이다. (단, E 는 단위행렬이다.)

자연수 n 에 대하여

$$(A-E)^{n+1} = \{a_n A + (-1)^n E\} (A-E)$$

$$= a_n A^2 - a_n A + (-1)^n A + (-1)^{n+1} E$$

이고, $A^2=3A$ 이므로

$$(A-E)^{n+1} = (2a_n + \boxed{\text{(가)}}) A + (-1)^{n+1} E$$

이다. 그러므로

$$a_{n+1} = 2a_n + \boxed{\text{(가)}} \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

이다. 따라서 2 이상인 자연수 n 에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = 2(a_{n-1} + a_n)$$

이다. 또한

$$a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2$$

이므로 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = \boxed{\text{(나)}} \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$

이다. ㉠과 ㉡에 의해

$$3a_n + (-1)^n = \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 따라서

$$a_n = \frac{\boxed{\text{(나)}} + (-1)^{n+1}}{3}$$

이다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(9) \times g(5)$ 의 값은? [4점]

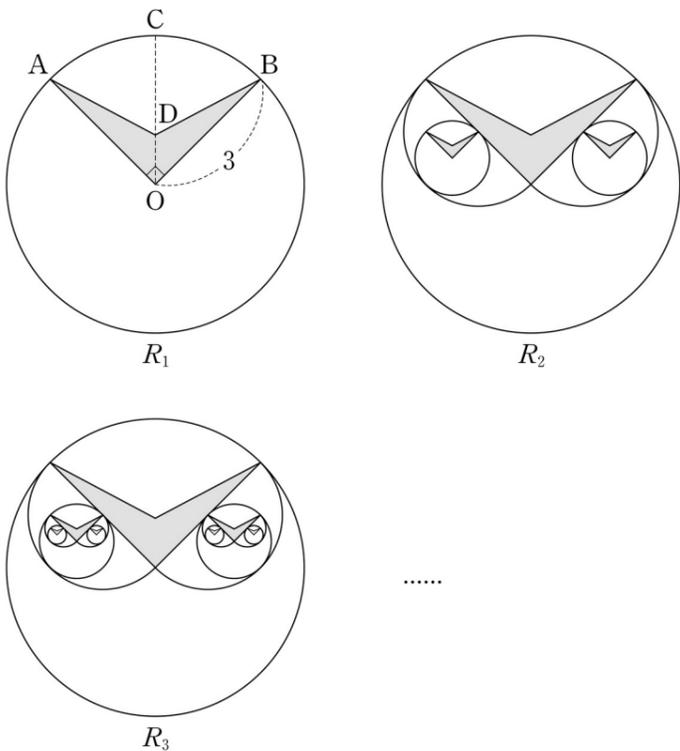
- ① -32 ② -16 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

16. 중심이 O이고 반지름의 길이가 3인 원이 있다. 그림과 같이 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ 인 원 위의 두 점을 A, B라 하고, 호 AC와 호 BC의 길이가 같은 점을 C라 하자. 선분 OC를 1:2로 내분하는 점을 D라 하고, 네 선분 OA, AD, DB, BO로 둘러싸인 \sphericalangle 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 두 반지름 OA, OB를 각각 지름으로 하는 두 반원을 그리고, 두 반원 안에 지름의 길이가 최대인 내접원을 각각 그린다. 두 내접원 안에 각각 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 \sphericalangle 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 그린 두 내접원의 4개의 반지름을 각각 지름으로 하는 4개의 반원을 그리고, 4개의 반원 안에 지름의 길이가 최대인 내접원을 각각 그린다. 4개의 내접원 안에 각각 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 4개의 \sphericalangle 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 모든 \sphericalangle 모양의 도형의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{11\sqrt{2}}{7}$ ② $\frac{12\sqrt{2}}{7}$ ③ $\frac{13\sqrt{2}}{7}$
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{15\sqrt{2}}{7}$

17. 두 이차정사각행렬 A, B가

$$A^2 = A - E, \quad (AB)^2 = E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. A와 B는 모두 역행렬을 가진다.
 ㄴ. $BAB = -A^2$
 ㄷ. $B^2AB^2 = A^2 + B^2$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1=0$ 이고

$$a_{n+1} = (-1)^n a_n + \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \quad (n \geq 1)$$

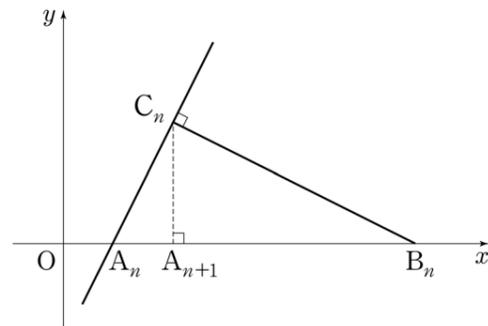
을 만족시킬 때, a_{50} 의 값은? [4점]

- ① -50 ② -25 ③ 0 ④ 25 ⑤ 50

19. 좌표평면에서 점 A_1 의 좌표가 $(1, 0)$ 일 때, 모든 자연수 n 에 대하여 점 A_{n+1} 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 점 A_n 을 x 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시킨 점을 B_n 이라 한다.
 (나) 점 B_n 에서 기울기가 2이고 점 A_n 을 지나는 직선에 내린 수선의 발을 C_n 이라 한다.
 (다) 점 C_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 A_{n+1} 이라 한다.

점 A_n 의 x 좌표를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값은? [4점]

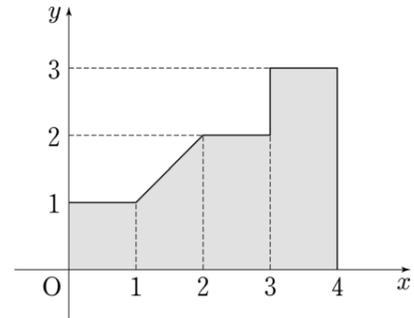


- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

20. 정의역이 $\{x | 1 \leq x < 100\}$ 이고 함숫값이 $\log x$ 의 가수인 함수를 $f(x)$ 라 하자. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=2-\frac{x}{n}$ 가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 자연수 n 의 개수는? [4점]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

21. 좌표평면 위에 그림과 같이 어두운 부분을 내부로 하는 도형이 있다. 이 도형과 네 점 $(0, 0), (t, 0), (t, t), (0, t)$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형이 겹치는 부분의 넓이를 $f(t)$ 라 하자.



열린 구간 $(0, 4)$ 에서 함수 $f(t)$ 가 미분가능하지 않은 모든 t 의 값의 합은? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 9x - 22}{x - 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 첫째항이 -6 이고 공차가 2 인 등차수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 30 일 때, n 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$$S_n = 2^{n-1} + 5$$

일 때, $a_1 + a_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + 5$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $y = 4x^3 - 12x^2 + 8x$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

27. $(a+b+c)^4(x+y)^3$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수를 구하시오. [4점]

28. 통신이론에서 신호의 주파수 대역폭이 $B(\text{Hz})$ 이고 신호잡음전력비가 x 일 때, 전송할 수 있는 신호의 최대 전송 속도 $C(\text{bps})$ 는 다음과 같이 계산된다고 한다.

$$C = B \times \log_2(1+x)$$

신호의 주파수 대역폭이 일정할 때, 신호잡음전력비를 a 에서 $33a$ 로 높였더니 신호의 최대 전송 속도가 2배가 되었다.

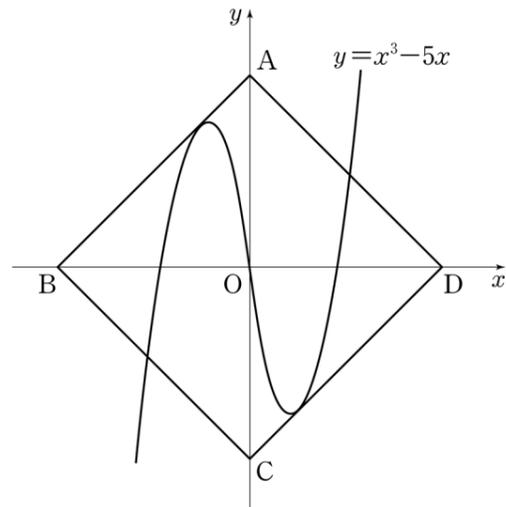
양수 a 의 값을 구하시오. (단, 신호잡음전력비는 잡음전력에 대한 신호전력의 비이다.) [4점]

29. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

- (가) 한 번 던져 나온 눈의 수가 5 이상이면 나온 눈의 수를 점수로 한다.
 (나) 한 번 던져 나온 눈의 수가 5보다 작으면 한 번 더 던져 나온 눈의 수를 점수로 한다.

시행의 결과로 얻은 점수가 5점 이상일 때, 주사위를 한 번만 던졌을 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 그림과 같이 정사각형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C는 y 축 위에 있고, 두 꼭짓점 B, D는 x 축 위에 있다. 변 AB와 변 CD가 각각 삼차함수 $y = x^3 - 5x$ 의 그래프에 접할 때, 정사각형 ABCD의 둘레의 길이를 구하시오. [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.