

제 2 교시

수리 영역

나 형

성명		수험 번호							
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('가' 형/'나' 형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $(\sqrt{2\sqrt{6}})^4$ 의 값은? [2점]

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 7n}{n^2 + 5}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 이차정사각행렬 A 와 두 행렬 $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $BA = B + E$ 일 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합은? [2점]

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

4. 두 곡선 $y = 3^{x+m}$, $y = 3^{-x}$ 이 y 축과 만나는 점을 각각 A , B 라고 하자. $\overline{AB} = 8$ 일 때, m 의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

5. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 연립방정식 $A^n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$ 의 해가 $x = \alpha, y = \beta$ 일 때, $\alpha + \beta = 2$ 가 되게 하는 자연수 n 의 값은?
[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 로그방정식 $\left(\log_3 \frac{x}{3}\right)^2 - 20 \log_9 x + 26 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은? [3점]

- ① 3^8 ② 3^9 ③ 3^{10} ④ 3^{11} ⑤ 3^{12}

7. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 이차정사각행렬 C 가 $AB = CA$ 를 만족시킨다. $ab = 4$ 일 때, 행렬 C 의 모든 성분의 합의 최솟값은? (단, a, b 는 양수이다.) [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

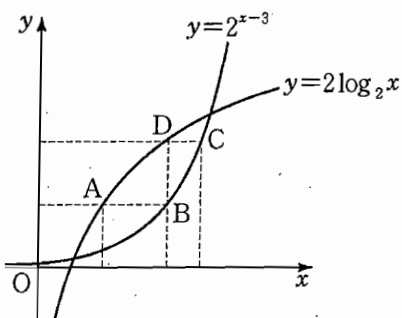
8. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 $P_n(n, 2^n)$ 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 Q_n, R_n 이라 하자. 원점 O 와 점 $A(0, 1)$ 에 대하여 사각형 AOQ_nP_n 의 넓이를 S_n , 삼각형 AP_nR_n 의 넓이를 T_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{S_n}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ 0

9. 자연수 n 에 대하여 x 에 관한 이차방정식 $(4n^2-1)x^2-4nx+1=0$ 의 두 근이 α_n, β_n ($\alpha_n > \beta_n$)일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_n - \beta_n)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 그림과 같이 곡선 $y=2\log_2 x$ 위의 한 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=2^{x-3}$ 과 만나는 점을 B라 하자. 점 B를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y=2\log_2 x$ 와 만나는 점을 D라 하자. 점 D를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=2^{x-3}$ 과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB}=2, \overline{BD}=2$ 일 때, 사각형 ABCD의 넓이는? [4점]



- ① 2 ② $1+\sqrt{2}$ ③ $\frac{5}{2}$
 ④ 3 ⑤ $2+\sqrt{2}$

11. 양수 x 에 대하여 상용로그 $\log x$ 의 지표가 n 일 때, $f(x) = (-1)^n$ 이라 하자. <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(100)=1$
 ㄴ. $f(x)=-1$ 이면 $f(100x)=-1$ 이다.
 ㄷ. $f(x_1)=1, f(x_2)=1$ 이면 $f(x_1x_2)=1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 자연수 n 과 $0 \leq p < r \leq n+1, 0 \leq q < s \leq n$ 을 만족시키는 네 정수 p, q, r, s 에 대하여 좌표평면에서 네 점 $A(p, q), B(r, q), C(r, s), D(p, s)$ 를 꼭짓점으로 하고 넓이가 k^2 인 정사각형의 개수를 a_k 라고 하자. 다음은 $\sum_{k=1}^n a_k$ 의 값을 구하는 과정이다. (단, k 는 n 이하의 자연수이다.)

그림과 같이 넓이가 k^2 인 정사각형 ABCD를 만들 때, 두 점 A, B의 y 좌표가 주어지면 x 좌표의 차가 $r-p=k$ 인 변 AB를 택하는 경우의 수는 (가)이다. 또 두 점 A, D의 x 좌표가 주어지면 y 좌표의 차가 $s-q=k$ 인 변 AD를 택하는 경우의 수는 (나)이다. 따라서

$$a_k = (n+1)(n+2) - (2n+3)k + k^2$$

이다. 그러므로

$$\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^n \{ (n+1)(n+2) - (2n+3)k + k^2 \}$$

$$= \text{ (다) }$$

(가), (나), (다)에 들어갈 식으로 알맞은 것은? [3점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|---------|---------|-------------------------|
| ① | $n-k+1$ | $n-k+2$ | $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ |
| ② | $n-k+2$ | $n-k+1$ | $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ |
| ③ | $n-k+1$ | $n-k+2$ | $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ |
| ④ | $n-k+2$ | $n-k+1$ | $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ |
| ⑤ | $n-k+1$ | $n-k+2$ | $\frac{n(n+1)(n+2)}{2}$ |

13. 실외 공기 중의 이산화탄소 농도가 0.03%일 때, 실내 공간에서 공기 중의 초기 이산화탄소 농도 $c(0)$ (%)를 측정 한 후, t 시간 뒤의 실내 공간의 이산화탄소 농도 $c(t)$ (%)와 환기량 Q (m^3 /시)의 관계는 다음과 같다.

$$Q = k \times \frac{V}{t} \log \frac{c(0) - 0.03}{c(t) - 0.03}$$

(단, k 는 양의 상수이고, V (m^3)는 실내 공간의 부피이다.)

실외 공기 중의 이산화탄소 농도가 0.03%이고 환기량이 일정할 때, 초기 이산화탄소 농도가 0.83%인 빈 교실에서 환기를 시작한 후 1시간 뒤의 이산화탄소 농도를 측정하였더니 0.43%이었다. 환기를 시작한 후 t 시간 뒤에 이산화탄소 농도가 0.08%가 되었다. t 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

14. 그림과 같이 길이가 8인 선분 AB가 있다.

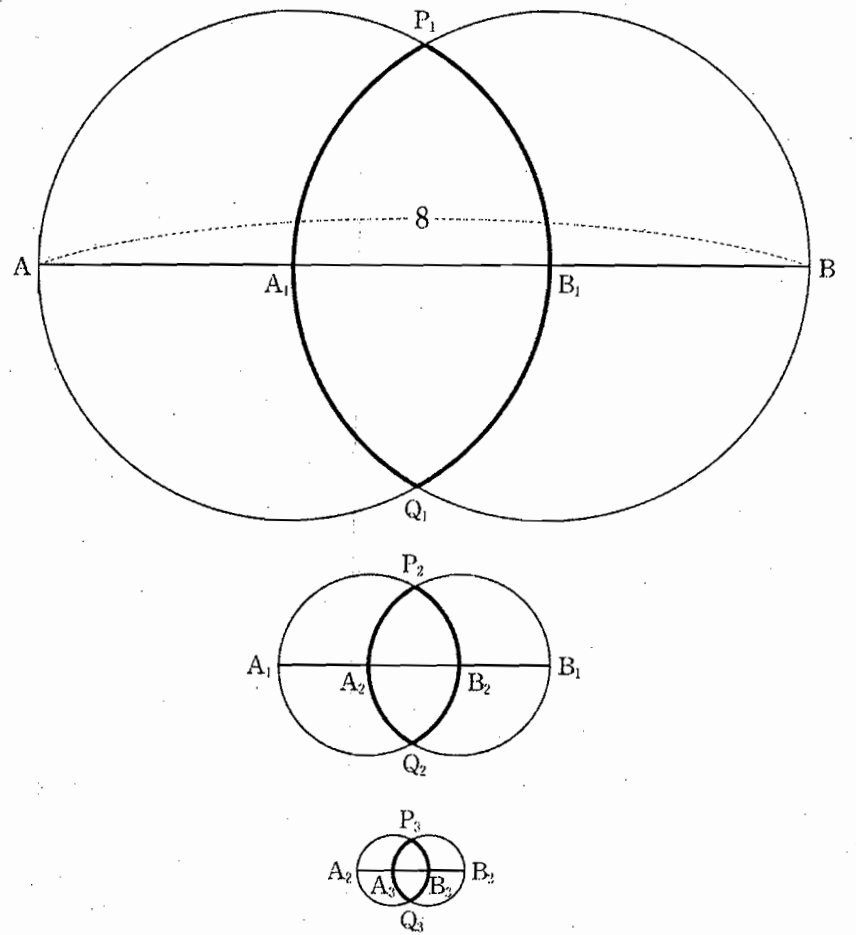
선분 AB의 삼등분점 A_1, B_1 을 중심으로 하고 선분 A_1B_1 을 반지름으로 하는 두 원이 서로 만나는 두 점을 각각 P_1, Q_1 이라고 하자.

선분 A_1B_1 의 삼등분점 A_2, B_2 를 중심으로 하고 선분 A_2B_2 를 반지름으로 하는 두 원이 서로 만나는 두 점을 각각 P_2, Q_2 라고 하자.

선분 A_2B_2 의 삼등분점 A_3, B_3 을 중심으로 하고 선분 A_3B_3 을 반지름으로 하는 두 원이 서로 만나는 두 점을 각각 P_3, Q_3 이라고 하자.

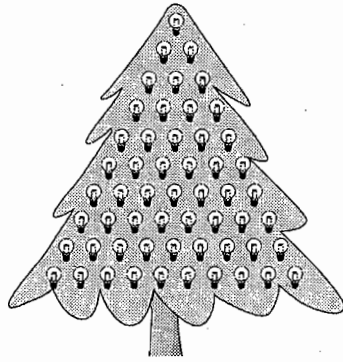
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 두 호 $P_nA_nQ_n,$

$P_nB_nQ_n$ 의 길이의 합을 l_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{10}{3} \pi$ ② 4π ③ $\frac{14}{3} \pi$
 ④ $\frac{16}{3} \pi$ ⑤ 6π

15. 그림과 같이 나무에 55개의 전구가 맨 위 첫 번째 줄에는 1개, 두 번째 줄에는 2개, 세 번째 줄에는 3개, ..., 열 번째 줄에는 10개가 설치되어 있다. 전원을 넣으면 이 전구들은 다음 규칙에 따라 작동한다.



- (가) n 이 10 이하의 자연수일 때, n 번째 줄에 있는 전구는 n 초가 되는 순간 처음 켜진다.
- (나) 모든 전구는 처음 켜진 후 1초 간격으로 꺼짐과 켜짐을 반복한다.

전원을 넣고 n 초가 되는 순간 켜지는 모든 전구의 개수를 a_n 이라고 하자. 예를 들어 $a_1=1, a_2=2, a_4=6, a_{11}=25$ 이다. $\sum_{n=1}^{14} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 215 ② 220 ③ 225 ④ 230 ⑤ 235

16. 공차가 d_1, d_2 인 두 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 각각 S_n, T_n 이라 하자.

$$S_n T_n = n^2(n^2 - 1)$$

일 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

- <보 기>
- ㄱ. $a_n = n$ 이면 $b_n = 4n - 4$ 이다.
 - ㄴ. $d_1 d_2 = 4$
 - ㄷ. $a_1 \neq 0$ 이면 $a_n = n$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 함수 $y = \log_2 |5x|$ 의 그래프와 함수 $y = \log_2 (x+2)$ 의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라고 하자. $m > 2$ 인 자연수 m 에 대하여 함수 $y = \log_2 |5x|$ 의 그래프와 함수 $y = \log_2 (x+m)$ 의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점을 각각 C(p, q), D(r, s)라고 하자. <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작고 $p < r$ 이다.) [4점]

- <보 기>
- ㄱ. $p < -\frac{1}{3}, r > \frac{1}{2}$
 - ㄴ. 직선 AB의 기울기와 직선 CD의 기울기는 같다.
 - ㄷ. 점 B의 y 좌표와 점 C의 y 좌표가 같을 때, 삼각형 CAB의 넓이와 삼각형 CBD의 넓이는 같다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

18. 공비가 $\frac{1}{5}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 15$ 일 때, 첫째항 a_1 의 값을 구하시오. [3점]

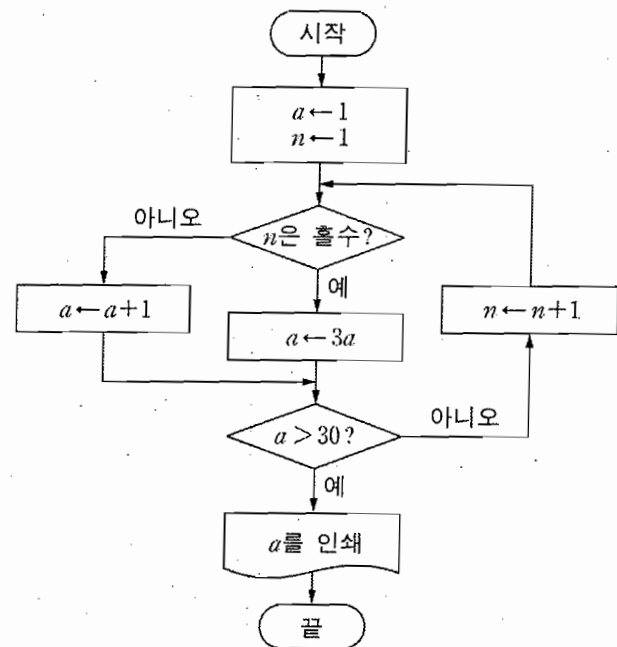
19. 자연수 n 과 8 이하의 자연수 a 에 대하여 $\begin{pmatrix} a & 3 \\ 0 & a \end{pmatrix}^n$ 의 (1, 1) 성분과 (1, 2) 성분이 같을 때, 가능한 모든 a 의 곱을 구하시오. [3점]

20. 함수 $f(x) = 2^{-x}$ 에 대하여 $f(2a)f(b) = 4, f(a-b) = 2$ 일 때, $2^{3a} + 2^{3b}$ 의 값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

21. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 자연수 n 에 대하여 $a_n = 5n + 1$
 $b_1 = 1, b_{n+1} - b_n = n + 1$ 을 만족시킨다. 10 이하인 두 자연수 k, l 에 대하여 a_k 와 b_l 의 곱이 홀수가 되는 순서쌍 (k, l) 의 개수를 구하시오. [4점]

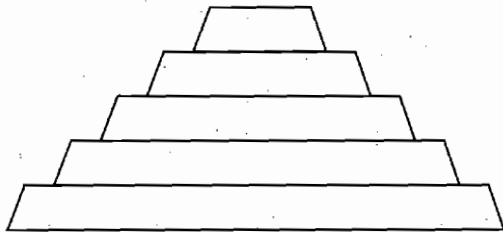
22. 두 자리의 자연수 n 에 대하여 $\log_9 n - [\log_9 n]$ 이 최대가 되는 n 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

23. 다음 순서도에서 인쇄되는 a 의 값을 구하시오. [3점]



24. $\log x$ 의 지표가 4이고 $\log y$ 의 지표가 1일 때,
 $\left(\log \frac{x}{y}\right)\left(\log \frac{y}{x}\right)$ 의 값 중에서 정수의 개수를 구하시오. [4점]

25. 그림과 같은 모양의 종이에 서로 다른 3가지 색을 사용하여
 색칠하려고 한다. 이웃한 사다리꼴에는 서로 다른 색을 칠하고,
 맨 위의 사다리꼴과 맨 아래의 사다리꼴에 서로 다른 색을 칠한다.
 5개의 사다리꼴에 색을 칠하는 방법의 수를 구하시오. [4점]



5지선다형

26. 부등식 $|a - \log_2 x| \leq 1$ 을 만족시키는 x 의 최댓값과
 최솟값의 차가 18일 때, 2^a 의 값은? [3점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

27. 부등식 $1 < m^{n-5} < n^{m-8}$ 을 만족시키는 자연수 m, n 에
 대하여

$$A = m^{\frac{1}{m-8}} \cdot n^{\frac{1}{n-5}}$$

$$B = m^{-\frac{1}{m-8}} \cdot n^{\frac{1}{n-5}}$$

$$C = m^{\frac{1}{m-8}} \cdot n^{-\frac{1}{n-5}}$$

이라고 할 때, A, B, C 의 대소 관계로 옳은 것은? [4점]

- ① $A > B > C$ ② $A > C > B$ ③ $B > A > C$
 ④ $B > C > A$ ⑤ $C > A > B$

28. 자연수 n 의 모든 양의 약수를 a_1, a_2, \dots, a_k 라 할 때,

$$x_n = (-1)^{a_1} + (-1)^{a_2} + \dots + (-1)^{a_k}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $x_8 = 2$
 ㄴ. $n = 3^m$ 이면 $x_n = -m + 1$ 이다.
 ㄷ. $n = 10^m$ 이면 $x_n = m^2 - 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 자연수 n 에 대하여 집합 $\{k \mid 1 \leq k \leq 2n, k \text{는 자연수}\}$ 의 세 원소 a, b, c ($a < b < c$)가 등차수열을 이루는 집합

$\{a, b, c\}$ 의 개수를 T_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{n^2}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

단답형

30. $\frac{4}{4}$ 박자는 4분음을 한 박으로 하여 한 마디가 네 박으로

구성된다. 예를 들어 $\frac{4}{4}$ 박자 한 마디는 4분 음표(♩) 또는 8분 음표(♪)만을 사용하여 ♩♩♩♩ 또는 ♪♪♪♪와 같이 구성할 수 있다. 4분 음표 또는 8분 음표만 사용하여 $\frac{4}{4}$ 박자의 한 마디를 구성하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.